

Заторська М.Ю., Заторський Р.А., Малярчук О.Р.

ПАЛІНДРОМИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ ТА ІНФОРМАТИКИ

Нижче піде мова про поняття, яке допоможе вчителю ефективно провести деякі уроки математики та інформатики. Воно з однаковим інтересом може розглядатися як на уроках математики в школі, так і на заняттях з теорії чисел у вищих навчальних закладах. Таким поняттям слугує поняття паліндрома. Паліндроми – це слова, числа чи навіть речення, які в зворотному порядку читаються однаково як і з початку до кінця. Прикладом речення-паліндрома в українській мові є речення: “Я НЕСУ ГУСЕНЯ”. В російській мові: “АРГЕНТИНА МАНИТ НЕГРА”, “Я НЕ РЕВУ, УВЕРЕН Я”. Прикладом числового паліндрома є число 88555588.

1. Проілюструємо роль паліндромів на уроках математики в 5-6 класах при додаванні багатоцифрових чисел. Для цього опишемо алгоритм, при допомозі якого, відправляючись від деяких натуральних чисел можна прийти до чисел-паліндромів. Відправимось, наприклад, від числа 87. Запишемо його в зворотному порядку і виконаємо додавання: $87 + 78 = 165$. При цьому отримаємо число 165, яке не є паліндромом. Тому із числом 165 зробимо аналогічні операції $165 + 561 = 726$ і прийдемо до числа 726. Число 726 також не є паліндромом, тому з ним знову зробимо ті самі операції і прийдемо до числа 1353, яке знову не є паліндромом. На четвертому кроці, виконавши додавання $1353 + 3531 = 4884$, ми отримаємо число-паліндром. Таким чином, відправляючись від числа 87 за чотири операції додавання учень отримає число-паліндром. При цьому учень з інтересом виконуватиме всі дії додавання, терпеливо чекаючи на число-паліндром, яким зрештою і буде нагороджений. Так і альпініст, підіймаючись на вершину гори нарешті нагороджується красою навколишнього світу, який проглядається з вершини здобутої ним гори. І чим вищою буде здобута вершина, тим більшою радістю і насолодою пройняте єство людини. Так, відправляючись від числа 89 учень повинен подолати без помилки гігантський шлях, щоб дійти до числа-паліндрома і радість його буде великою!

При допомозі комп'ютера можна легко скласти таку таблицю:

Таблиця чисел та відповідних їм паліндромів

Число	Кроки	Паліндром	Число	Кроки	Паліндром	Число	Кроки	Паліндром
69	4	4884	166	5	45254	79	6	44044
78	4	4884	176	5	44044	182	6	45254
174	4	5115	265	5	45254	779	6	475574
175	4	9559	275	5	44044	799	6	449944
192	4	6996	364	5	45254	889	6	881188
195	4	9339	374	5	44044	1896	6	993399
273	4	5115	549	5	59895	2895	6	993399
274	4	9559	639	5	99099	3894	6	993399
294	4	9339	648	5	59895	8999	6	8836388
539	4	25652	738	5	99099	10535	6	5634365
579	4	23232	1396	5	475574	10686	6	5976795
599	4	22022	1486	5	475574	10753	6	8958598
629	4	45254	1576	5	475574	10755	6	4656564
638	4	25652	1666	5	475574	10763	6	8836388
649	4	44044	1697	5	881188	10765	6	4534354
678	4	23232	1756	5	475574	10786	6	5952595
679	4	47674	1787	5	881188	10892	6	3520253
698	4	22022	1791	5	59895	10903	6	6648466
699	4	46464	1846	5	475574	10925	6	4974794
728	4	45254	1886	5	449944	10935	6	5842485
729	4	69696	1996	5	445544	197	7	881188
748	4	44044	2395	5	475574	296	7	881188
749	4	68486	2485	5	475574	395	7	881188
769	4	67276	2575	5	475574	1992	7	993399
778	4	47674	2665	5	475574	3089	7	2786872

Число	Кроки	Паліндром	Число	Кроки	Паліндром	Число	Кроки	Паліндром
3179	7	2786872	8779	8	88555588	10687	10	587888785
3269	7	2786872	10527	8	88555588	10867	10	587888785
3359	7	2786872	10567	8	73466437	10873	10	663787366
3449	7	2786872	10767	8	87999978	10927	10	882565288
3899	7	2786872	10803	8	36788763	167	11	88555588
4088	7	2786872	10863	8	89377398	266	11	88555588
4178	7	2786872	10913	8	35655653	365	11	88555588
4268	7	2786872	10953	8	89377398	10813	11	466888664
4358	7	2786872	1397	9	88555588	10926	11	891000198
4448	7	2786872	1487	9	88555588	10931	11	663787366
4898	7	2786872	1577	9	88555588	10966	11	695565596
5087	7	2786872	1667	9	88555588	8049	12	8836886388
5177	7	2786872	2396	9	88555588	8139	12	8836886388
5267	7	2786872	2486	9	88555588	8229	12	8836886388
5357	7	2786872	2576	9	88555588	8499	12	8836886388
5447	7	2786872	2666	9	88555588	8589	12	8836886388
5897	7	2786872	3395	9	88555588	8679	12	8836886388
6086	7	2786872	3485	9	88555588	10667	12	2326666232
6186	7	2786872	3575	9	88555588	10773	12	4964444694
6266	7	2786872	3665	9	88555588	1797	13	8836886388
6356	7	2786872	4394	9	88555588	1887	13	8836886388
6896	7	2786872	4484	9	88555588	2796	13	8836886388
8059	8	88555588	4574	9	88555588	2886	13	8836886388
8149	8	88555588	10726	9	89111198	3795	13	8836886388
8239	8	88555588	10745	9	45777754	3885	13	8836886388
8599	8	88555588	10747	9	87255278	4794	13	8836886388
8689	8	88555588	829	10	88555588	7049	13	927787729

Число	Кроки	Паліндром	Число	Кроки	Паліндром
849	14	8836886388	2476	21	8813200023188
10683	14	49985258994	2566	21	8813200023188
177	15	8836886388	3295	21	8813200023188
276	15	8836886388	3385	21	8813200023188
375	15	8836886388	3475	21	8813200023188
10727	16	453322223354	3565	21	8813200023188
10827	16	451287782154	4294	21	8813200023188
8039	20	8813200023188	4384	21	8813200023188
8129	20	8813200023188	4474	21	8813200023188
8399	20	8813200023188	869	22	8813200023188
8489	20	8813200023188	187	23	8813200023188
8579	20	8813200023188	286	23	8813200023188
8669	20	8813200023188	385	23	8813200023188
10973	20	8813200023188	89	24	8813200023188
1297	21	8813200023188	13297	29	893974888888479398
1387	21	8813200023188	10794	39	6832123695335963212386
1477	21	8813200023188	11784	39	6832123695335963212386
1567	21	8813200023188	14754	39	6832123695335963212386
2296	21	8813200023188	21783	39	6832123695335963212386
2386	21	8813200023188	16881	40	6832123695335963212386

Маючи таку таблицю на уроці присвяченому додаванню багатоцифрових чисел, вчитель легко контролює роботу в класі, миттєво оцінює правильність виконаного учнем завдання, легко дозує об'єм роботи учням. При цьому всі учні працюють самостійно.

2. Високо кваліфікований вчитель обов'язково повернеться до цієї задачі на уроках інформатики, щоб автоматизувати процес обчислень зв'язаних із задачею про паліндроми та глибше проаналізувати її. З цією метою буде складено блок-

схему алгоритму відшукування за заданим числом відповідного йому паліндрома та складено відповідну програму на одній із мов програмування. Нижче наводимо таку програму, складену на мові Basic.

10 REM' Програма відшукування натурального числа N#, відправляючись від якого за s кроків можна отримати число – паліндром.

20 N#=1

30 DIM A(1500),C(1500),O(1500)

40 REM' Читання числа та запам'ятовування його цифр

50 N\$ = STR\$(N#): K = LEN(N\$)-1: N\$ = MID\$(N\$,2,K)

60 S = 0

70 FOR I = 1 TO K

80 A\$(I) = MID\$(N\$,K - I + 1,1): A(I) = VAL(A\$(I))

90 NEXT I

100 REM' Впорядкований вибір числа N#

110 FOR I = 1 TO INT(K / 2)

120 IF A(I) < A(K - I + 1) THEN N# = N# + 1: GOTO 50

130 NEXT I

140 REM' Якщо на шляху до паліндрома число закінчується нулем, то виконання алгоритму зупиняється

150 IF A(I) = 0 THEN PRINT N#,S: N# = N# + 1: GOTO 50

160 REM' Перевірка числа на паліндром

170 J = 0

180 FOR I = 1 TO K

190 IF A(I) = A(K - I + 1) THEN J = J + 1

200 NEXT I

210 IF J <> K THEN GOTO 290

220 PRINT N#,S,: N# = N# + 1

230 FOR I = 1 TO K

240 PRINT A(I);

```

250 NEXT I
260 PRINT
270 GOTO 50
280 REM ' Обчислення суми
290 B = 0
300 FOR I = 1 TO K
310 C = B
320 O(I) = A(I) + A(K - I + 1) + C
330 C(I) = O(I) - INT(O(I)/10)*10 : B = INT(O(I)/10)
340 NEXT I
350 S = S + 1
360 IF B <> 0 THEN K = K + 1 : C(K) = B
370 FOR I = K TO 1 STEP -1
380 A(I) = C(I)
390 NEXT I
400 PRINT
410 GOTO 150

```

3. Гіпотеза про паліндроми полягає в тому, що відправляючись від любого натурального числа, за скінченне число кроків описаного вище алгоритму, неминуче досягається число-паліндром. Доведено, що для двійкової системи числення і всіх систем числення з основою, яка дорівнює степеню двійки, ця гіпотеза хибна. Для систем числення з іншими основами гіпотеза про паліндроми поки-що не доведена. Зокрема в десятковій системі числення цікавим є число 196. Математики-програмісти при допомозі ЕОМ пройшли сотні тисяч кроків, але до паліндрома дійти не змогли. Проте це не доводить, що він ніколи не з'явиться. Ми, складаючи програму відшукування паліндромів, користувалися більш коректним підходом до відшукування чисел-паліндромів. А саме нами ігнорувалися ті натуральні числа, які на певному кроці алгоритму приводили до чисел що закінчуються нулем. Такий підхід забезпечує існування єдиного зворотного n -значного числа до любого n -значного натурального числа. При такому підході перше число в натуральному ряді чисел, яке заслуговує на увагу є число 89. Воно

породжує паліндром за 24 кроки. Іншого, істотно відмінного від цього числа, в натуральному ряді до 10000 не має. Тільки число 10794 перебиває рекорд числа 89. Воно породжує паліндром за 39 кроків! Цікавим є також і той факт, що існує множина ряду натуральних чисел від яких можна прийти до одного і того ж паліндрома (погляньте, наприклад, на кінець таблиці наведеної нами в п.2). Отже, є над чим подумати і маститому математику!

Список використаної літератури:

1. Гарднер М. Есть идея.– Пер. с англ. – М.: Мир, 1982, 511 с