

*Програмові вимоги*  
*державного екзамену зі спеціалізації для студентів IV курсу ОКР "бакалавр" напрямку підготовки*  
*"Математика". 2016 рік*  
*Спеціалізація "Диференціальні рівняння"*

1. Сутність схеми простих відсотків. Дисконтування та нарощування за простими відсотковими ставками. Сучасна вартість суми грошей. Зв'язок ставок проценту та дисконту.
2. Сутність складних процентів. Нарощування за кратними частинами періоду, номінальна та ефективна ставки. Порівняння простих та складних процентів. Дисконтування за складною ставкою процента.
3. Фінансова еквівалентність зобов'язань. Розрахунок еквівалентних відсоткових ставок. Ефективна відсоткова ставка.
4. Фінансові механізми консолідації платежів з однаковими та різними термінами.
5. Фінансові механізми конверсії платежів з однаковими та різними термінами.
6. Фінансові ренти. Види рент. Розрахунок нарощеної суми (майбутньої вартості) основних видів рент.
7. Сучасна (теперішня) вартість фінансової ренти. Обчислення сучасної вартості основних видів рент.
8. Інвестиції. Регулярні і нерегулярні інвестиційні проекти. Середня норма прибутку на інвестиції. Період окупності інвестиційного проекту.
9. Методи чистої сучасної вартості і внутрішньої норми дохідності аналізу інвестиційних проектів та їх порівняльна характеристика.
10. Змінні потоки платежів. Ренти з постійним абсолютним приростом платежів. Ренти з постійним відносним приростом платежів.
11. Метод характеристик для неоднорідного лінійного рівняння першого порядку.
12. Визначення смуги гладкості класичного розв'язку задачі Коші для квазілінійного рівняння першого порядку.
13. Умова на розривах кусково-гладкого розв'язку квазілінійного рівняння першого порядку.
14. Автомодельні розв'язки квазілінійних рівнянь першого порядку з опуклою функцією потоку.
15. Загальна постановка крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь. Деякі задачі математики і механіки, що приводять до крайових задач.
16. Лінійні диференціальні вирази. Крайові умови. Операторне трактування крайової задачі. Однорідна крайова задача для лінійного диференціального рівняння високого порядку.
17. Неоднорідна крайова задача для лінійного диференціального рівняння високого порядку. Умови розв'язності та єдиності розв'язку задачі.
18. Функція Гріна лінійного диференціального оператора. Інтегральне зображення розв'язку задачі для неоднорідного лінійного диференціального рівняння з однорідними крайовими умовами.
19. Формула Лагранжа. Спряжений диференціальний вираз. Спряжені крайові умови. Спряжений оператор. Спряжена крайова задача.
20. Задача на власні значення та власні функції диференціального оператора. Власні значення і власні функції самоспряженого оператора.
21. Основи роботи в комп'ютерному середовищі MATLAB і Mathematica.
22. Обчислення границь функцій.
23. Обчислення інтегралів.
24. Робота зі списками і масивами.
25. Розв'язування рівняння і системи рівнянь.
26. Рівняння руху вільної та невільної матеріальної точки. Основні теореми динаміки матеріальної точки (теорема про зміну кількості руху, теорема про зміну моменту кількості руху).
27. Основні теореми динаміки матеріальної точки (теорема про зміну кінетичної енергії). Поняття консервативних силових полів та потенціальної енергії. Закон збереження повної механічної енергії у випадку консервативних силових полів.
28. Рівняння руху вільної та невільної системи матеріальних точок. Основні теореми динаміки системи матеріальних точок (теорема про зміну кількості руху, теорема про рух центра мас, теорема про зміну моменту кількості руху, теорема про зміну кінетичної енергії).
29. Теорема Шаля про складний рух абсолютно твердого тіла. Теорема Д'Аламбера-Ейлера про рух абсолютно твердого тіла навколо нерухомої точки. Кути Ейлера. Кінематичні рівняння Ейлера.
30. Моменти інерції абсолютно твердого тіла. Формула Бура про абсолютну похідну за часом від вектор-функції та її частковий випадок (формула Ейлера). Динамічні рівняння Ейлера на основі граничного випадку теореми про зміну моменту кількості руху для системи матеріальних точок.
31. Дійсні та віртуальні переміщення. Поняття ідеальних в'язей. Варіаційний принцип Д'Аламбера-Лагранжа.
32. Рівняння Лагранжа першого роду.
33. Поняття узагальнених сил та узагальнених координат. Рівняння Лагранжа другого роду.
34. Математичні моделі систем з дискретно-неперервним розподілом параметрів.
35. Початкові задачі для лінійних диференціальних систем з мірами.
36. Побудова функціональної матриці системи диференціальних рівнянь з кусково-неперервними коефіцієнтами і  $\delta$ -особливостями.
37. Початкова задача для однорідного квазідиференціального рівняння з розподілами в коефіцієнтах.

38. Структура фундаментальної матриці узагальненого квазидиференціального рівняння та її елементів.
39. Неоднорідне квазидиференціальне рівняння з розподілами в коефіцієнтах і правій частині.
40. Апроксимація дійсних чисел раціональними числами. Теорема Ліувілля. Теорема Гук–Зігеля–Рота. Метрична теорема Бореля. Приклад з небесної механіки, у якому виникає проблема малих знаменників.
41. Двоточкова задача для рівняння коливань струни у смузі. Дослідження умов єдиності розв'язку задачі.
42. Задача Діріхле для рівняння коливань струни у прямокутнику. Умови єдиності та побудова формального розв'язку задачі. Малі знаменники задачі та їх оцінювання. Умови коректної розв'язності задачі.
43. Задача Діріхле для неоднорідного рівняння коливань струни у прямокутнику. Побудова формального розв'язку за допомогою функцій Гріна. Оцінювання малих знаменників задачі. Умови коректної розв'язності задачі.
44. Двоточкова задача для рівняння коливань струни в області  $(0, T) \times \mathbb{T}$ . Теорема про єдиність розв'язку задачі (з доведенням). Побудова формального розв'язку задачі.
45. Двоточкова задача для рівняння коливань струни в області  $(0, T) \times \mathbb{T}$ . Побудова формального розв'язку задачі. Проблема малих знаменників та їх оцінювання. Умови коректної розв'язності задачі.
46. Двоточкова задача для хвильового рівняння з багатьма просторовими змінними. Побудова формального розв'язку задачі. Лема про обмежену послідовність. Оцінка малих знаменників та умови коректної розв'язності задачі.

#### Література:

1. Наймарк М. А. Линейные дифференциальные операторы. – М.: Наука, 1969. – 526 с. (Часть 1).
2. Коддингтон Э. А. и Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: ИЛ, 1958.
3. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1965. – 704 с.
4. Коллатц Л. Задачи на собственные значения (с техническими приложениями). Перев. с нем. – М.: Наука, 1968.
5. Пташник Б.И. Некорректные граничные задачи для дифференциальных уравнений с частными производными. – Киев: Наук. думка, 1984. – 264 с.
6. Пташник Б. Й., Ільків В. С., Кміть І. Я., Поліщук В. М. Нелокальні крайові задачі для рівнянь із частинними похідними. – Київ: Наук. думка, 2002. – 416 с.