

**Завдання олімпіади з математики**

**5 клас**

1. У коробці багато червоних, синіх, зелених та жовтих гудзиків. Яку найменшу кількість гудзиків потрібно взяти навмання, щоб серед них обов'язково були 5 гудзиків одного кольору?
2. Є 5 відрізків з довжинами 1, 2, 3, 4 та 5 сантиметрів. Треба вибрати з них 3 відрізки, з яких вдасться скласти трикутник. Скількома способами це можна зробити?
3. Бочку можна наповнити, якщо у неї налити 6 малих, 3 середніх та 1 велике відро води, чи 2 малих, 1 середнє та 3 великі відра води. А скільки лише великих відер потрібно для наповнення бочки?
4. У Миколки і Петруся є по 50 гирьок масами 1, 2, 3, ..., 50 грамів. Вони по черзі (розпочинає Миколка) викладають гирі, кожен на свою шальку терезів. Петрусь виграє, якщо у деякий момент різниця між масами викладених гирьок дорівнюватиме 50 г. Як повинен грати Петрусь, щоб гарантовано перемогти?
5. Знайдіть найменше натуральне число, у записі якого є всі десять цифр, а сума цифр дорівнює 2018. Чи існує найбільше натуральне число з такими властивостями?

6. Таблицю  $5 \times 5$  потрібно заповнити цифрами 1, 2, 3, 4, 5 так, щоб у кожному рядку, кожному стовпчику і на кожній з двох діагоналей були записані усі 5 цих цифр. Деякі клітинки таблиці уже заповнені, як на малюнку справа. Заповніть решту клітинок таблиці.

3	4			5
2				
				4

Які три цифри, в які клітинки і чому ви вписали першими?

**Завдання олімпіади з математики**

**6 клас**

1. Знайдіть чотири попарно різні цифри  $a, b, c, d$  такі, щоб

$$\frac{a}{b - \frac{c}{d}} = 72.$$

2. Доведіть, що ребус  $\text{ЗАДАЧА} + \text{ЗАДАЧА} = \text{ТУРНІР}$ , в якому різні букви відповідають різним цифрам, не має розв'язків.

3. Груша, яблуко і слива лежали на вазі. Петрусь зняв з ваги грушу, вага показала 230г. Поклавши грушу назад, Петрусь зняв яблуко, – вага показала 200г. Коли ж Петрусь зняв з ваги лише сливу, вага показала 290г. Скільки грамів важать груша, яблуко і слива разом?

4. Прямокутник розділили на 9 менших прямокутників, як на малюнку справа. Периметри п'ятьох із них записані всередині відповідних прямокутників. Знайдіть периметр початкового прямокутника.

	6	
12	4	6
	8	

5. У турнірі з гри у «хрестики-нулики», який проводився за системою «програв – вибув» взяли участь 18 учнів. Кожного дня проводилась лише одна партія, учасники якої визначалися жеребкуванням із учнів, які ще не вибули. 6 школярів стверджують, що зіграли рівно 4 партії. Чи можливе таке?
6. Миколка помножив число 189 на 2018-цифрове число, всі цифри якого дорівнюють 6. Чому дорівнює сума цифр отриманого ним добутку?

**Завдання олімпіади з математики**

**7 клас**

1. Миколка записав всі двоцифрові числа, використовуючи лише три різні цифри, потім обчислив їх суму  $S$  і виявив, що число  $S$  записується тими самими трьома цифрами. Доведіть, що таке насправді могло трапитися.
2. Кінь може з'їсти віз сіна за 1 місяць, коза – за 2 місяці, а овечка – за 3 місяці. За який час вони з'їдять віз сіна разом?

3. Прямокутник розділили на 9 менших прямокутників, як на малюнку справа. Площі п'яťох із них записані всередині відповідних прямокутників. Знайти площу початкового прямокутника.

	6	
12	4	6
	8	

4. Знайти натуральне число, квадрат якого дорівнює сумі квадратів чисел 3030303 та 4040404. Поясніть, як ви отримали це число.
5. Відомо, що  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^3} = 1$ . Обчислити  $\frac{a^6 - 2a^4}{1 - a^2}$ .
6. Натуральне число  $n$  має 2 дільники, а число  $n + 1$  має 3 дільники. Довести, що число  $n + 2018$  має 4 дільники.

**Завдання олімпіади з математики**

**8 клас**

1. У 8 класі вистачає відмінників, але Михайлик вчиться краще від усіх. Якщо Михайлик стане вчитися гірше, то у класі буде 24% відмінників, а якщо він перейде до ліцею, то у класі стане 25% відмінників. Який відсоток відмінників у 8 класі зараз?
2. На гуртку вчитель розклав на шальки терезів 16 гирьок масами 1, 2, 3, ..., 16 грамів так, що одна шалька переважила іншу. 15 членів гуртка по черзі виходили із класу і забирали з собою по одній гирьці, причому після виходу кожного учня переважувала протилежна шалька терезів. Доведіть, що описана ситуація можлива, і визначте, яка гирька залишилася на терезах після виходу останнього учня?
3. Миколка стверджує, що квадрат можна розрізати на 8 гострокутних трикутників, а Петрусь хвалиться, що зуміє розрізати його на 2018 таких трикутників. Хто з них має рацію?
4. Відомо, що існують натуральні числа  $n$  такі, що серед перших  $n$  натуральних чисел можна вибрати два числа, добуток яких дорівнює сумі всіх решти чисел. Знайдіть найменше таке  $n$ .
5. Квадрат розділили на 9 однакових квадратиків, як на малюнку справа. Доведіть, що сума кутів  $MAN$ ,  $MBN$  та  $MCN$  дорівнює 45 градусів.

	$A$	$B$	$C$
$M$	$N$		

6. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt{2x+1} = \frac{x^2-1}{2}$ .