

**Прикарпатський національний університет  
імені Василя Стефаника**

**Завдання дистанційного туру  
Всеукраїнської олімпіади з математики  
для професійної орієнтації вступників  
на базі повної загальної середньої освіти**

1. Розв'яжіть рівняння  $|x - 2019| + |x| = 2019$ .
2. У прямокутному трикутнику з площею 6 і периметром 12 знайти найменшу з відстаней від точки перетину медіан до вершин трикутника.
3. Зобразіть на координатній площині множину точок, координати яких  $x$  та  $y$  задовольняють рівність  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{5}{2}$ .
4. Абітурієнт Амбітний мав розв'язати нерівність  $\sqrt{x-a} > \sqrt{a-x}$ , але забув значення параметра  $a$ . Що Ви йому порадите?
5. Винахідник Креативченко вирішив повернути час назад і запустив у настінному годиннику годинну стрілку з тією ж швидкістю у протилежний бік, але не змінив рух хвилинної стрілки. Скільки разів за добу сумістяться годинна і хвилинна стрілки?
6. Знайдіть трійку натуральних чисел  $a, b, c$ , для яких
$$a + b + c + ab + bc + ac + abc = 2019.$$
7. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} x + \frac{1}{y} = 3, \\ y + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}. \end{cases}$$
8. Господар Розсудливий викопав на своєму подвір'ї басейн об'ємом  $10 \text{ м}^3$ , але вирішив заощадити на системі постачання води і щодня носить її відрами з річки у кількості  $1 \text{ м}^3$ . Оскільки на гідроізоляції басейну він теж заощадив, за ніч в басейну витікає в ґрунт 10% води. За скільки днів у басейні набереться  $9 \text{ м}^3$  води?

9. У деякій установі працюють правдолюбці, які завжди кажуть правду, і брехуни, які завжди брешуть. Одного дня кожен працівник установи заявив, що:

- 1) тут немає і десяти чоловік, які працюють більше, ніж я;
- 2) принаймні сто людей мають зарплату більшу, ніж у мене.

Відомо, що всі зарплати і всі обсяги роботи працівників різні. Скільки у цій установі правдолюбців і скільки брехунів?

10. Двоє гуцулів мають під Говерлою однакові грядки з білими грибами. Кожного ранку на грядках з'являється однакова кількість грибів, і наступні три ночі вони рівномірно ростуть, стаючи відповідно удвічі, утричі і у чотири рази важчими від початкової ваги. Наступної ночі у гриб залізає хробак, роблячи його непридатним для споживання. Працьовитий Іван скошує всі гриби на своїй грядці кожен третій день, а лінивий Петро — кожен п'ятий. Хто з гуцулів накопить більше грибів за літо?

“Затверджую”



Голова оргкомітету



Голова предметно-методичної комісії

Дата оприлюднення : 27 лютого 2019 року

Надіслати розв'язання до : 12 квітня 2019 року

Поштова адреса: Факультет математики та інформатики Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника, вул. Шевченка 57/317, Івано-Франківськ, 76018

Електронна адреса: [matholymp@pu.if.ua](mailto:matholymp@pu.if.ua)