# П Р О Г Р А М О В І   В И М О Г И

## до державного іспиту з математики
## (освітній рівень Бакалавр)

### *Математичний аналіз*

1. Множина дійсних чисел. Упорядкованість та щільність множини дійсних чисел.
2. Грані, точні грані множини. Теорема про існування точних граней. Властивості точних граней.
3. Відповідність, відображення, функція. Способи задання. Види функцій.
4. Поняття елементарної функції. Класифікація елементарних функцій.
5. Границя послідовності. Властивості збіжних послідовностей.
6. Різні означення границі функції, їх еквівалентність.
7. Існування границі для монотонних послідовностей і функцій. Критерій існування границі для послідовностей, функцій.
8. Неперервність функції в точці. Точки розриву. Класифікація точок розриву. Неперервність елементарних функцій.
9. Основні визначні границі:

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e, \qquad \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e, \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1, \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x} = 1,$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\log_a(1+x)}{x} = \log_a e, \qquad \lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^{\mu}-1}{x} = \mu, \qquad \lim_{x\to 0}\frac{a^x-1}{x} = \ln a.$$

10. Рівномірна неперервність. Теорема Кантора. Наслідок.
11. Похідна функції. Похідна композиції функцій, оберненої функції. Таблиця похідних. Похідна функції, заданої параметрично.
12. Диференціал. Інваріантність форми диференціала.
13. Похідні і диференціали вищих порядків.
14. Формула Тейлора. Залишковий член у формі Пеано, Шльомільха-Роша, Лагранжа, Коші.
15. Необхідні і достатні умови сталості функції, монотонності функції.
16. Екстремум функції. Необхідна умова, достатні умови.
17. Опуклість графіка функції. Необхідні і достатні умови опуклості. Точки перегину графіка функції. Умови існування.
18. Первісна функція, властивості. Таблиця первісних. Заміна змінної та інтегрування частинами в невизначеному інтегралі.
19. Інтегрування раціональних функцій.
20. Означений інтеграл. Необхідна умова інтегровності. Необхідні і достатні умови інтегровності.
21. Класи інтегровних функцій. Властивості означених інтегралів.
22. Інтеграл із змінною верхньою межею, властивості. Формула Ньютона-Лейбніца.
23. Застосування означеного інтеграла (обчислення площі фігури, об’єму тіла, довжини кривої).
24. Невласні інтеграли І і ІІ роду. Критерій збіжності. Достатні умови збіжності.
25. Екстремум функції багатьох змінних. Необхідна умова. Достатні умови екстремуму функції двох змінних.

26. Числові ряди. Збіжність. Необхідна умова збіжності. Необхідна і достатня умова збіжності.
27. Ознаки збіжності додатних рядів.
28. Абсолютно і умовно збіжні ряди. Властивості.
29. Функціональні ряди і послідовності. Рівномірна збіжність. Критерій рівномірної збіжності. Ознаки Вейєрштрасса, Абеля, Діріхле.
30. Степеневі ряди. Інтервал і радіус збіжності. Абсолютна, умовна і рівномірна збіжність. Почленне інтегрування та диференціювання.
31. Ряд Тейлора. Розклад в ряд Тейлора функцій $e^x$, $\cos x$, $\sin x$, $arctgx$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$.
32. Функція багатьох змінних. Границя, неперервність. Повторні і подвійні границі.
33. Диференційовність функції багатьох змінних. Достатні умови диференційовності.
34. Подвійні інтеграли, їх застосування, обчислення.
35. Потрійні інтеграли, їх застосування, обчислення.

### *Література*


1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Наука. Т.I, II, III. 1963, 1966, 1968.
2. Кудрявцев Л.Б. Курс математического анализа. – М.: Высшая школа, 1981 (В 2-х томах).
3. Ильин В.И., Садовский В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. – М.: Наука, 1979.
4. Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу. – М.: Наука, 1972.
5. Дзядик В.К. Математичний аналіз. – К.: Вища школа, 1995.
6. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. – К.: Либідь, 1993. – Ч.1. – 320 с.
7. Дюженкова Л.І., Колесник Т.В., Лященко М.Я., Михалін Г.О., Шкіль М.І. Математичний аналіз у прикладах і задачах. – К.: Вища школа, 2002-2003. – Ч.1-2.
8. Заболоцький М.В., Сторож О.Г., Тарасюк С.І. Математичний аналіз. – К.: Знання, 2008.
9. Зорич В.А. Математический анализ: В 2 т. – М.: Наука, 1981-1984.
10. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. – М.: Наука, 1979. – 720 с.
11. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. – М.: Высш. шк., 1981. – Т.1, 2.
12. Липман Берс. Математический анализ: В 2 томах. – М.: Высшая школа, 1975.
13. Ляшко И.И., Боярчук А.К., Гай Я.Г., Калайда А.Ф. Математический анализ: В 3 ч. – К.: Вища шк., 1983.
14. Никольский С.М. Курс математического анализа. – М.: Наука, 1990. – Т.1. – 528 с.
15. Никольский С.М. Курс математического анализа. – М.: Наука, 1990. – Т.2. – 544 с.
16. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для втузов. – М.: Наука, 1965, 1970.
17. Рудин У. Основы математического анализа. – М.: Наука, 1982. – 520 с.

18. Шкіль М.І.  Математичний аналіз. – К.: Вища школа, 2005. – Ч. 1-2.

### *Функціональний аналіз*

1. Повні метричні простори. Принцип стискаючих відображень.
2. Нормовані простори: означення, основні приклади, зв'язок з метричними просторами, повнота.
3. Евклідові простори: означення, основні приклади, зв'язок з нормованими просторами, нерівність Коші-Буняковського.
4. Лінійні функціонали: означення, приклади, неперервність, обмеженість, норма.

### *Література*

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функціонального анализа. – М.: Наука, 1989.
2. Рудин У. Функциональный анализ. – М.: Мир, 1975.
3. Березанский Ю.М., Ус Г.Ф., Шефтель З.Г. Функциональный аналіз. – К.:  Вища школа, 1990.

### *Теорія функцій комплексної змінної*

1. Аналітичні функції. Умови Коші-Рімана.
2. Узагальнені степеневі ряди в комплексній площині. Теорема Лорана.
3. Особливі точки функції комплексної змінної і їх класифікація.

### *Література*

1. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1984.
2. Маркушевич А.А., Маркушевич Л.А. Введение в теорию аналитических функций. – М.: Просвещение, 1977.

### *Диференціальні рівняння*

1. Диференціальні рівняння першого порядку:
   - Однорідні рівняння та звідні до них.
   - Рівняння в повних диференціалах. Інтегрувальний множник.
   - Лінійні рівняння та звідні до них.
   - Рівняння, не розв'язані відносно похідної.
2. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків.
   - Рівняння, інтегровані у квадратурах, і рівняння, які допускають зниження порядку.
   - Лінійні однорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами.
   - Лінійні неоднорідні рівняння (метод варіації довільних сталих і метод невизначених коефіцієнтів).

3. Системи диференціальних рівнянь.
   - Методи розв'язування лінійних однорідних систем.
   - Методи розв'язування лінійних неоднорідних систем.

***Література***

1. Шкіль М.І., Лейфура В.М., Самусенко П.Ф. Диференціальні рівняння. – К.: Техніка, 2003.
2. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння. – К.: Либідь, 2003.
3. Кривошея С.А., Перестюк М.О., Бурим В.М. Диференціальні та інтегральні рівняння. – К.: Либідь, 2004.
4. Лавренюк С.П. Курс диференціальних рівнянь. – Львів: Вид-во наук.-техн. л-ри, 1997.
5. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. – М.: Физматгиз, 1977.

***Рівняння з частинними похідними***

1. Рівняння математичної фізики. Класифікація лінійних рівнянь другого порядку в точці.
2. Постановка основних крайових задач. Коректність крайових задач для рівнянь математичної фізики.
3. Задача Коші для рівняння струни. Формула Даламбера.
4. Формули Гріна. Теореми про середнє значення гармонічної функції по сфері і по кулі.
5. Принцип максимуму для гармонічних функцій. Теореми єдиності розв'язку задачі Діріхле.
6. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівнянь струни і теплопровідності.
7. Розв'язання задачі Коші для рівняння теплопровідності.

***Література***

1. Перестюк М.О., Маринець В.В. Теорія рівнянь математичної фізики. – К.: Либідь, 2001.
2. Іванчов М.І. Вступ до теорії рівнянь у частинних похідних. – Л.: Тріада плюс, 2004.
3. Михлин С.Г. Уравнения математической физики. – С-Пб.: Лань, 2002.
4. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 2003.
5. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1951.
6. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. – М.: ГИФМЛ, 1961.
7. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнениях в частных производных. – М.: Наука, 1976.

## *Чисельні методи*

1. Загальна формула для похибки. Похибки алгебраїчної суми, добутку, частки. Похибки обчислення значень основних елементарних функцій.
2. Метод хорд, дотичних і простих ітерацій уточнення наближених значень коренів рівнянь: ідея, графічна ілюстрація, збіжність, оцінка наближення, блок-схема.
3. Метод Гаусса розв’язування систем лінійних рівнянь. Схема єдиного ділення. Прямий і зворотній хід. Методи перевірки схеми. Уточнення коренів.

## *Література*


1. М.Я.Лященко, М.С.Головань. Чисельні методи. – К.: Либідь, 1976. – 368 с.
2. Цегелик Г. Чисельні методи. – Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. І. Франка, 2004. – 408 с.
3. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. – М.: Наука, 1970. – 664 с.


## *Вища алгебра*

1. Декартів добуток множин. Відношення. Властивості бінарних відношень. Відношення еквівалентності і класи еквівалентності. Відношення строгого і нестрогого порядку і зв’язок між ними.
2. Системи лінійних рівнянь. Сумісність, визначеність. Критерій сумісності. Системи лінійних однорідних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків. Методи Гаусса і Крамера розв'язування системи лінійних рівнянь.
3. Матриці і дії над ними. Обернена матриця. Матричний метод розв'язування систем лінійних рівнянь.
4. Многочлени, їх звідність. Ділення многочленів. Корені многочленів. Теорема Вієта.
5. Многочлени над числовими полями. Основна теорема теорії многочленів. Розміщення дійсних коренів многочленів.
6. Лінійний простір. Приклади лінійних просторів. База, вимірність, інваріантність вимірності.
7. Лінійні оператори. Характеристичне рівняння, спектр, слід, мінімальний многочлен, власні значення і власні вектори лінійного оператора.
8. Лінійні оператори у евклідових і унітарних просторах. Ортогональні, унітарні, самоспряжені, нормальні оператори.
9. Квадратичні форми. Закон інерції квадратичних форм. Додатно та від'ємно-визначені квадратичні форми. Критерій Сильвестра.
10. Зведення квадратичних форм до канонічного виду.
11. Поняття напівгрупи, моноїда, квазігрупи, групи.
12. Симетричні групи.
13. Циклічні групи. Порядок елемента.
14. Нормальні підгрупи в групі. Фактор-група.
15. Морфізми груп. Основна теорема про гомоморфізми для груп. Теорема Келі.

16. Поняття кільця, поля. Види кілець.
17. Ідеали кілець. Фактор-кільця.
18. Поле. Характеристика поля. Приклади.
19. Конгруенції. Теореми Ейлера і Ферма.
20. Розв'язування конгруенцій I степеня.

### *Література*


1. Кострикин А.И. Введение в алгебру. – М.: Наука, 1977.
2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М.: Наука, 1975.
3. Завало С.Т. Курс алгебри. – К.: Вища школа, 1985.
4. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. – М.: Наука, 1984.
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Наука, 1984.
6. Бухштаб А.А. Теория чисел. – М.: Просвещение, 1966.


### *Аналітична та диференціальна геометрія. Топологія*

1. Пряма на площині. Площина і пряма в просторі. Взаємне розміщення площин, прямих і площин в просторі.
2. Лінії другого порядку: еліпс, гіпербола, парабола. Їх основні властивості та зображення.
3. Поверхні другого порядку.
4. Метричні, псевдометричні, ультраметричні простори. Приклади.
5. Границя послідовності в метричному просторі. Повнота і поповнення метричного простору.
6. Точки дотику множини в метричному та топологічному просторі. Замкнені множини і замикання множини.
7. Внутрішні точки множини в метричному та топологічному просторі. Відкриті множини і внутрішність множини. Межа множини.
8. Неперервні відображення метричних просторів. Рівносильність означень за Гейне та за Коші.
9. Поняття топології і способи її задання: метрика, база, передбаза.
10. Аксіоми відокремленості. Гаусдорфові, регулярні та нормальні простори.
11. Різновиди зв'язності та співвідношення між ними.
12. Неперервні відображення топологічних просторів.
13. Компактні простори і множини. Збереження компактності замкненими підпросторами і неперервними образами. Компактність відрізка. Компакти у скінченновимірних евклідових просторах.
14. Способи побудови нових топологічних просторів: підпростори, топологічні суми, фактор-простори, добутки.
15. Перша і друга квадратична форми поверхні.
16. Формули Френе для просторових кривих.

### *Література*


1. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1968.
2. Білоусова В.П. і ін. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1973.
3. Мищенко А.С. Фоменко А.Г. Курс дифференциальной геометрии и топологии. – М.: Изд-во МГУ, 1980.
4. Александров П.С., Пасынков Б.П. Введение в теорию размерности. – М.: Наука, 1980.
5. Борисенко О.А. Диференціальна геометрія і топологія. – Харків: Основа, 1995.
6. Никифорчин О.Р. Елементи загальної топології. − Івано-Франківськ: Плай, 2002.
7. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. – М.: Наука, 1974.
8. Пасынков Б.А., Федорчук В.В. Топология и теория размерности. – М.: Знания, 1984.


## *Теорія ймовірності і математична статистика*

1. Основні поняття та аксіоми теорії ймовірностей. Ймовірнісні простори та їх приклади. Умовні ймовірності, незалежні події та елементарні ймовірнісні формули.
2. Дискретні та абсолютно неперервні випадкові величини. Загальне означення випадкової величини. Розподіли випадкових величин. Числові характеристики випадкових величин: математичне сподівання, дисперсія, моменти.
3. Випадкові вектори. Незалежність і некорельованість випадкових величин. Нормально розподілений випадковий вектор.
4. Закони великих чисел. Центральна гранична теорема.
5. Оцінювання невідомих параметрів випадкових величин. Методи побудови оцінок. Надійні інтервали.
6. Перевірка статистичних гіпотез. Перевірка гіпотез про параметри нормального розподілу. Критерії $\chi^2$.

### *Література*


1. Гихман И.И., Скороход А.В., Ядренко М.Й. Теория вероятностей и математическая статистика. – К.: Вища школа, 1988.

1. Карташов М.В. Імовірність, процеси, статистика. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2007.

2. Сеньо П.С. Теорія ймовірностей та математична статистика: підручник. − 2-ге вид.,перероб. і доп. – К. : Знання, 2007.

3. Турчин В.М. Теорія ймовірностей: Основні поняття, приклади, задачі: навч. посібн. – К.: А.С.К., 2004.