П Р О Г Р А М О В І В И М О Г И

до державного іспиту з математики та статистики
(освітній кваліфікаційний рівень «бакалавр», спеціальність 112 «Статистика»)

Математичний аналіз.

1. Множина дійсних чисел. Упорядкованість, щільність та повнота множини дійсних чисел.
2. Границя послідовності, геометричний зміст. Властивості збіжних послідовностей. Означення границі функції за Гейне та за Коші, їх еквівалентність. Основні визначні границі.
3. Існування границі для монотонних послідовностей і функцій. Критерій Коші існування границі для послідовностей, функцій. Асимптоти графіка функції. Знаходження асимптот.
4. Різні означення неперервності функції в точці. Точки розриву. Класифікація точок розриву. Неперервність елементарних функцій. Рівномірна неперервність. Теорема Кантора.
5. Похідна та диференціал функції. Геометричний та механічний зміст диференціалу. Похідна композиції функцій, оберненої функції. Похідна функції, яка задана параметрично. Інваріантність форми диференціала.
6. Похідні і диференціали вищих порядків. Формула Тейлора. Залишковий член у формі Пеано, Шльомільха-Роша, Лагранжа, Коші.
7. Необхідні і достатні умови сталості функції, монотонності функції. Екстремум функції. Необхідна умова, достатні умови. Опуклість графіка функції. Необхідні і достатні умови опуклості. Точки перегину графіка функції. Умови існування.
8. Первісна функція, неозначений інтеграл; властивості. Заміна змінної та інтегрування частинами. Інтегрування раціональних функцій.
9. Означений інтеграл. Необхідна умова інтегровності. Необхідні і достатні умови інтегровності. Властивості означених інтегралів. Інтеграл із змінною верхньою межею, властивості. Теорема Ньютона- Лейбніца.
10. Застосування означеного інтеграла (обчислення площі фігури, об’єму тіла, довжини кривої).
11. Невласні інтеграли І і ІІ роду. Критерій збіжності. Достатні умови збіжності.
12. Числові ряди. Збіжність. Необхідна умова збіжності. Необхідна і достатня умова збіжності. Ознаки збіжності додатних рядів. Абсолютно і умовно збіжні ряди. Властивості.
13. Функціональні ряди і послідовності. Рівномірна збіжність. Критерій рівномірної збіжності. Ознаки Вейєрштрасса, Абеля, Діріхле.
14. Степеневі ряди. Інтервал і радіус збіжності. Абсолютна, умовна і рівномірна збіжність степеневих рядів. Почленне інтегрування та диференціювання степеневих рядів. Ряд Тейлора. Розклад у ряд Тейлора функцій e^x, $\cos x$, $\sin x$, $arctg\, x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^a$.
15. Ряди Фур'є. Збіжність ряду Фур'є.
16. Функція багатьох змінних. Границя, неперервність. Повторні і подвійні границі, теорема про їх рівність.
17. Частинні похідні. Похідна за напрямком. Градієнт. Рівність змішаних частинних похідних.
18. Екстремум функції багатьох змінних. Необхідна умова. Достатні умови екстремуму функції двох змінних.
19. Кратні інтеграли, їх обчислення, застосування.
20. Криволінійні інтеграли, їх обчислення, застосування.

Функціональний аналіз.

1. Повні метричні простори. Принцип стискаючих відображень.
2. Нормовані простори: означення, основні приклади, зв’язок з метричними просторами, повнота.
3. Евклідові простори: означення, основні приклади, зв’язок з нормованими просторами, нерівність Коші-Буняковського.
4. Лінійні функціонали: означення, приклади, неперервність, обмеженість, норма.

Теорія функцій комплексної змінної.

1. Аналітичні функції. Умови Коші-Рімана.
2. Узагальнені степеневі ряди в комплексній площині. Теорема Лорана.

3. Особливі точки функції комплексної змінної і їх класифікація.
4. Лишки і їх застосування до обчислення інтегралів.

Теорія міри та інтеграла

1. Поняття міри. Продовження міри за Лебегом.
2. Вимірні функції та їх зв'язок з вимірними множинами.
3. Збіжності за мірою та майже скрізь і зв'язок між ними.
4. Інтеграл Лебега для простих функцій. Загальне означення інтеграла Лебега та його коректність.
5. Теорема Лебега про граничний перехід під знаком інтеграла Лебега.
6. Порівняння інтегралів Лебега та Рімана.

Література

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Наука. Т.I, II, III. 1963, 1966, 1968.
2. Кудрявцев Л.Б. Курс математического анализа. – М.: Высшая школа, 1981 (В 2-х томах).
3. Ильин В.И., Садовский В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. – М.: Наука, 1979.
4. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. –М.: Наука, 1989.
5. Рудин У. Функциональный анализ. –М.: Мир, 1975.
6. Березанский Ю.М., Ус Г.Ф., Шефтель З.Г. Функциональный анализ. –К.: Вища школа, 1990.
7. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1984.
8. Маркушевич А.А., Маркушевич Л.А. Введение в теорию аналитических функций.– М.: Просвещение, 1977.
9. Флоринская Л. В., Хавин В. П. Теория меры и интеграла : Вып. 2 Интеграл / Под ред. Макарова Б.М. – Ленинград : Изд-во Ленингр. ун-та, 1975.
10. Дороговцев А.Я. Элементы общей теории меры и интеграла. – К.: Вища школа, 1989.

Диференціальні рівняння.

1. Диференціальні рівняння першого порядку:
- Однорідні рівняння та звідні до них.
- Рівняння в повних диференціалах. Інтегрувальний множник.
- Лінійні рівняння та звідні до них.

2. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків.
- Рівняння, інтегровані у квадратурах. Рівняння, які допускають зниження порядку.
- Лінійні однорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами.
- Лінійні неоднорідні рівняння (методи інтегрування: варіації довільних сталих, метод невизначених коефіцієнтів).

3. Системи диференціальних рівнянь.
- Методи розв’язування лінійних однорідних систем.
- Методи розв’язування лінійних неоднорідних систем.

Література

1. Боярчук А. К., Головач Г. П. Справочное пособие по высшей математике. Том 5: Дифференциальные уравнения в примерах и задачах. – М.: Едиториал УРСС, 2001.
2. Гой Т. П., Махней О. В. Диференціальні рівняння. – Івано-Франківськ: Сімик, 2012.
3. Головатий Ю. Д., Кирили В. М., Лавренюк С. П. Курс диференціальних рівнянь. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011.
4. Кривошея С. А., Перестюк М. О., Бурим В. М. Диференціальні та інтегральні рівняння – К.: Либідь, 2004.
5. Самойленко А. М., Перестюк М. О., Парасюк І. О. Диференціальні рівняння – К.: Либідь, 2003.
6. Шкіль М. І., Лейфура В. М., Самусенко П. Ф. Диференціальні рівняння. – К.: Техніка, 2003.

Рівняння з частинними похідними

1. Рівняння математичної фізики. Класифікація лінійних рівнянь другого порядку в точці.
2. Постановка основних крайових задач. Коректність крайових задач.

3. Задача Коші для рівняння струни. Формула Даламбера.
4. Формули Гріна. Принцип максимуму для гармонічних функцій. Теореми єдиності розв’язку задачі Діріхле, Неймана, третьої крайової задачі для рівняння Лапласа.
5. Метод Фур’є розв’язання крайових задач для рівнянь струни і теплопровідності.
6. Розв’язання задачі Коші для рівняння теплопровідності.

Література

1. Перестюк М.О., Маринець В.В. Теорія рівнянь математичної фізики.
2. Михлин С.Г. Уравнения математической физики.
3. Владимиров В.С. Уравнения математической физики.
4. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики.
5. Петровский М.Г. Лекции об уравнениях с частными производными.
6. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнениях в частных производных.

Алгебра.

1. Системи лінійних рівнянь. Сумісність, визначеність. Критерій сумісності. Системи лінійних однорідних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків. Методи Гаусса і Крамера розв'язування системи лінійних рівнянь.
2. Матриці і дії над ними. Обернена матриця. Матричний метод розв'язування систем лінійних рівнянь.
3. Лінійний простір. Приклади лінійних просторів. База, вимірність, інваріантність вимірності.
4. Лінійні оператори. Характеристичне рівняння, спектр, слід, мінімальний многочлен, власні значення і власні вектори лінійного оператора.
5. Лінійні оператори у евклідових і унітарних просторах. Ортогональні, унітарні, самоспряжені, нормальні оператори.
6. Квадратичні форми. Закон інерції квадратичних форм. Додатно та від'ємновизначені квадратичні форми. Критерій Сильвестра.
7. Зведення квадратичних форм до канонічного виду.

Література

1. Кострикин А.И Введение в алгебру.– М.: Наука, 1977.
2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М.: Наука, 1975.
3. Завало С.Т. Курс алгебри. – К.: Вища школа, 1985.
4. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. – М.: Наука, 1984.
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Наука, 1984.
6. Бухштаб А.А. Теория чисел. – М. :Просвещение, 1966.

Геометрія і топологія.

1. Поняття геометричного вектора. Дії над векторами. Лінійна залежність векторів. Системи координат.
2. Скалярний, векторний та мішаний добутки векторів. Властивості та застосування.
3. Пряма на площині та в просторі. Взаємне розміщення прямих.
4. Площина. Взаємне розміщення площин. Взаємне розміщення площин і прямих.
5. Лінії другого порядку: еліпс, гіпербола, парабола. Їх основні властивості та зображення.

Література

1. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1968.
2. Білоусова В.П. і ін. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1973.

Теорія ймовірностей

1. Означення та властивості ймовірності, ймовірнісний простір.
2. Умовні ймовірності. Формули повної ймовірності та Байєса.
3. Незалежність випадкових подій. Властивості.
4. Схема Бернуллі. Обчислення ймовірностей пов’язаних із кількістю успіхів.
5. Означення випадкової величини та її функції розподілу.
6. Математичне сподівання дискретної та неперервної випадкових величин та його властивості.

7. Дисперсія, її властивості та обчислення.
8. Одно та багатовимірний нормальні розподіли, їх властивості.
9. Характеристична функція випадкової величини, її властивості.
10. Закони великих чисел.
11. Центральна гранична теорема для однаково розподілених випадкових величин.

Математична статистика

1. Статистики, оцінки та їх властивості.
2. Вибіркові моменти та їх властивості.
3. Вірогідні інтервали для середнього та дисперсії нормально розподіленої випадкової величини.
4. Метод максимальної вірогідності побудови оцінок параметрів.
5. Метод моментів оцінювання параметрів розподілу.
6. Статистичні гіпотези та їх перевірка. Критерії χ^2. Критерій згоди Колмогорова.
7. Критерії перевірки гіпотез про параметри нормальних сукупностей.
8. Метод найменших квадратів у лінійній регресії. Вивід нормальних рівнянь.

Теорія випадкових процесів

1. Випадковий процес Пуассона. Означення, розподіл, застосування.
2. Вінерівський процес (броунівський рух). Означення, розподіли, властивості траєкторій.
3. Випадкові процеси другого порядку. Неперервність, диференційовність та інтегровність в середньому квадратичному.
4. Ортогональні випадкові міри. Інтеграл за ортогональною випадковою мірою. Теорема Карунена.

Література

1. Гихман И.И., Скороход А.В., Ядренко М.Й. Теория вероятностей и математическая статистика – Киев, Вища школа, 1988.
2. Карташов М.В. Імовірність, процеси, статистика. – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2007.
3. Сеньо П. С. Теорія ймовірностей та математична статистика: Підручник. - 2-ге вид.,перероб. і доп. – К. : Знання, 2007.
4. Турчин В. М. Теорія ймовірностей: Основні поняття, приклади,задачі: Навч. посібн. – К. : А.С.К., 2004.
5. Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в економетриці та фінансовій математиці / М. М. Леоненко, Ю. С. Мішура, В. М. Пархоменко, М. Й. Ядренко. -- К.: Інформтехніка, 1995. -- 380 с.