

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника
Факультет математики та інформатики

**III відкрита Івано-Франківська обласна олімпіада з математики
для учнів 5 – 8 класів, 2020 р.**

10 квітня 2020 р.

У зв'язку із введенням карантину олімпіада проводиться у режимі онлайн **тільки для зареєстрованих** на сайті <https://mif.pnu.edu.ua/> до 7 квітня 2020 року учасників.

На наступних сторінках наведені завдання олімпіади для всіх класів від п'ятого до восьмого. Ви повинні розв'язувати завдання **того класу, за який були зареєстровані**. Розв'язання потрібно чітко **обґрунтовувати**, а не писати лише відповіді.

На виконання шести завдань відводиться 3 години з **10.00 до 13.00**.

Після цього **зареєстровані учасники** не пізніше **13.30** повинні відправити файл з відповідями на електронну адресу голови журі олімпіади Федака І.В. fedakivan58@i.ua з дотриманням таких вимог:

Тема – III відкрита олімпіада

Назва файлу – Прізвище Ім'я, клас (**вказати свої Прізвище Ім'я, клас без уточнень а, б тощо**)

Формат файлу – doc або docx

Вміст файлу – фотографії розв'язків завдань олімпіади у порядку задач від 1 до 6 (**без підписів на них своїх імен та прізвищ**):

зверху сторінки записується номер задачі, під ним вставляється одна чи максимум дві зручні для перегляду фотографії (**без поворотів їх на 90 градусів**) з її розв'язанням (на одній фотографії може бути розв'язання лише однієї задачі чи її частини);

кожна наступна задача починається з нової сторінки;

якщо задача не розв'язувалася учнем, то відповідну сторінку з номером задачі включати у файл, а під номером написати текст «Розв'язання задачі відсутнє».

Користуватися калькуляторами та сторонніми засобами інформації заборонено. Прохання до родичів, друзів та учителів не ставати «співавторами» розв'язань.

Незареєстровані учасники можуть випробувати свої сили у розв'язування задач, але **не висилати** відповіді на вказану вище електронну пошту. Їхні роботи перевірятися не будуть.

Вказівки до розв'язування та результати учасників будуть опубліковані на сайті <https://mif.pnu.edu.ua/> .

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника
Факультет математики та інформатики
**III відкрита Івано-Франківська обласна олімпіада з математики
для учнів 5 – 8 класів, 2020 р.**

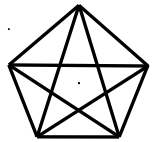
5 клас

1. Учень йде до школи пішки, а назад повертається транспортом, витрачаючи на весь шлях пів години часу. Якщо б він в обидва боки їхав транспортом, то на весь шлях витратив би лише 10 хвилин. Скільки часу йому потрібно, щоб пройти цей шлях в обидва боки пішки?

2. Миколка поділив порівну 5 однакових яблук між своїх шістьох товаришів, розрізавши кожне яблуко на рівні частини. Чи могло статися так, що жодне з яблук він не розрізував більше, ніж на 3 частини?

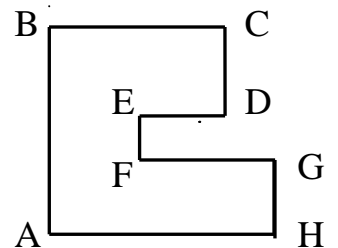
3. Серед 15 монет, однакових за зовнішнім виглядом, одна фальшива. Невідомо чи вона важча, чи легша, ніж решта монет. Як це з'ясувати, використавши лише два зважування на шалькових терезах без гир?

4. На малюнку справа зображена фігура. Порахуйте кількість трикутників у цій фігурі.



5. На дошці записані числа 1, 2, 3, ..., 2020. Миколка підкреслив усі числа, які діляться на 3, потім – усі числа, які діляться на 5. Скільки чисел він підкреслив рівно один раз?

6. Знайдіть периметр фігури $ABCDEFGH$, зображеної на малюнку справа, якщо $AB = 6$ см, $BC = 5$ см, $FG = 4$ см і всі кути між її сусідніми сторонами прямі. Довжини решти сторін невідомі.



На виконання завдань відводиться 3 години.
Користуватися калькуляторами та сторонніми засобами інформації заборонено.

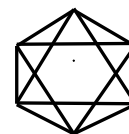
Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника
Факультет математики та інформатики
**III відкрита Івано-Франківська обласна олімпіада з математики
для учнів 5 – 8 класів, 2020 р.**

6 клас

1. Добуток двох двоцифрових чисел дорівнює A . Учень поміняв місцями цифри у кожному з цих чисел і, помноживши отримані двоцифрові числа, одержав у добутку число B . Доведіть, що $A - B$ ділиться на 99.

2. На піратському кораблі є декілька кішок, трохи матросів, кок й одноногий капітан Сільвер. В них усіх, разом узятих, 15 голів та 41 нога. Скільки на кораблі кішок?

3. На малюнку справа зображена фігура. Порахуйте кількість трикутників у цій фігурі.



4. На столі лежить 20 сірників. Двоє по черзі беруть їх зі столу. За один раз дозволяється взяти довільну кількість сірників від 1 до n . Програє той, хто змушений буде забрати останній сірник. Миколка розпочинає гру і обіцяє перемогти. Чи може Сергійко, який вступає у гру другим, але до початку гри повідомляє, яку максимальну кількість сірників можна забирати за один раз, завадити йому в цьому? Якщо так, то вкажіть усі значення n , для яких Сергійкові це вдасться.

5. На дошці записані числа 1, 2, 3, ..., 2020. Миколка підкреслив усі числа, які діляться на 2, потім – усі числа, які діляться на 3, і, нарешті, – усі числа, які діляться на 5. Скільки чисел він підкреслив двічі?

6. На сторонах AB , BC , CD , DA прямокутника $ABCD$ вибрали точки M , N , K , L відповідно, які ділять кожну з цих сторін у відношенні 1:2, рахуючи від вершини, записаної першою. Знайдіть відношення площі фігури $MNKL$ до площі прямокутника $ABCD$.

На виконання завдань відводиться 3 години.
Користуватися калькуляторами та сторонніми засобами інформації заборонено.

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника
Факультет математики та інформатики
**III відкрита Івано-Франківська обласна олімпіада з математики
для учнів 5 – 8 класів, 2020 р.**

7 клас

1. Візьмемо очевидну рівність $6:6=7:7$. Після винесення за дужки спільного множника з кожної частини рівності будемо мати $6 \cdot (1:1) = 7 \cdot (1:1)$, або, що те саме, $(2 \cdot 3) \cdot (1:1) = 7 \cdot (1:1)$. З останньої рівності одержуємо $2 \cdot 3 = 7$. Знайдіть помилку у цих міркуваннях.

2. Знайдіть принаймні три пари натуральних чисел m та n , для яких правильною є рівність $m! + 1 = n^2$. (Через $m!$ позначено добуток всіх натуральних чисел від 1 до m). Чи може у цій рівності число n дорівнювати 2020?

3. Пішов батько з чотирма синами в ліс по гриби. Батько знайшов 45 грибів тоді, коли кожний з його синів не знайшов жодного гриба. Роздав батько зібрані ним гриби дітям і всі знову розійшлися по лісу. Коли зібралися йти додому, виявилось, що один із синів знайшов ще стільки ж грибів, скільки одержав від батька, другий знайшов два гриби, третій два гриби загубив, а четвертий – загубив половину тих грибів, що одержав від батька. При цьому в усіх синів грибів стало порівну. Скільки грибів дав батько кожному з них?

4. Вчитель перевірів роботи трьох учнів – Андрія, Василя та Сергія, але не приніс у клас. Учням він сказав: "Один із вас отримав "3", другий – "4", а третій – "5". У Сергія не "5", у Василя не "4", а в Андрія, здається, "4". Коли принесли зошити, то виявилось, що вчитель тільки одному учневі сказав правильну оцінку, двом іншим – неправильну. Які оцінки отримали учні?

5. Три товариші-мотоциклісти, маючи один двомісний мотоцикл, повинні за три години одночасно прибути до міста, розташованого за 60 км від них. Чи вдасться їм це зробити, якщо швидкість мотоцикла (з вантажем чи без нього) 50 км/год, а пішки кожен з них рухається зі швидкістю 5 км/год?

6. Відрізок BD перетинає сторону AC трикутника ABC , причому $BD = AB = BC$ та $\angle ABD = 70^\circ$. Знайдіть у градусах величину кута ACD .

На виконання завдань відводиться 3 години.
Користуватися калькуляторами та сторонніми засобами інформації заборонено.

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника
Факультет математики та інформатики
**III відкрита Івано-Франківська обласна олімпіада з математики
для учнів 5 – 8 класів, 2020 р.**

8 клас

1. Знайдіть усі трійки простих чисел $p_1 < p_2 < p_3$ таких, що $p_1 p_2 p_3 = 5(p_1 + p_2 + p_3)$.

2. Обчисліть $\sqrt{1 + 2019\sqrt{1 + 2020\sqrt{1 + 2021 \cdot 2023}}}$.

3. Розкладіть вираз $x^8 + x + 1$ на два множники шостого та другого степенів.

4. Яке з чисел, $x - y$ чи $\frac{25}{4}$, більше, якщо

$$x = \frac{1^2}{1} + \frac{2^2}{3} + \frac{3^2}{5} + \dots + \frac{12^2}{23}, \quad y = \frac{1^2}{3} + \frac{2^2}{5} + \frac{3^2}{7} + \dots + \frac{12^2}{25} ?$$

5. На конгресі зустрілися математик, історик, біолог та хімік. Кожний із них володів двома іноземними мовами з числа таких: англійська, італійська, німецька та французька. Італійську мову знав лише один з них, але була одна мова, якою володіли троє. Хоч хімік і не розмовляє англійською, він може бути перекладачем, якщо захочуть поговорити біолог та історик. Історик не знає німецької, але знає французьку мову і може поговорити з математиком, хоч той і не володіє французькою. Які мови знав кожний із вчених?

6. Прямокутний трикутник ABC з гіпотенузою AB рухається у прямому куті з вершиною O так, що вершина A ковзає по одній, а вершина B – по іншій стороні цього кута. Доведіть, що при цьому вершина C рухається вздовж деякого відрізка.

На виконання завдань відводиться 3 години.
Користуватися калькуляторами та сторонніми засобами інформації заборонено.