

Прикарпатський національний університет  
імені Василя Стефаника

Завдання першого туру дистанційного етапу  
Всеукраїнської олімпіади з математики  
для професійної орієнтації вступників  
на базі повної загальної середньої освіти

[www.mif.pnu.edu.ua](http://www.mif.pnu.edu.ua)

1. Щоб підживити мозок перед розв'язуванням завдань олімпіади, учасник купив яблук, апельсинів, горіхів і цукерок. Вся покупка без яблук коштувала 119 гривень, без апельсинів — 111 гривень, без горіхів — 99 гривень, а без цукерок — 73 гривні. Скільки разом коштували яблука та горіхи?

2. Розв'яжіть рівняння  $x^2 + y^2 - 8x + 12y + 52 = 0$ .

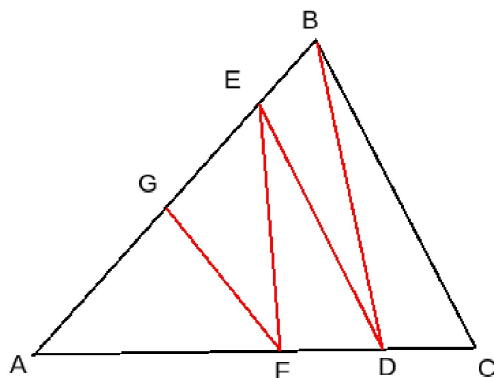
3. Скільки існує натуральних чисел  $x$ , для яких

$$|x - 10| + |x - 30| \neq 2 \cdot |x - 20| ?$$

4. Розв'яжіть рівняння  $\log_{x-1}(2x - 3) = 2$ .

5. Чи має рівняння  $x^5 y = xy^5 + 2020$  розв'язки у цілих числах?

6. Як у даному трикутнику  $ABC$  (див. рисунок) провести ламану  $BDEFG$  так, щоб всі п'ять отриманих трикутників мали однакову площу?



7. Яку найбільшу кількість натуральних чисел можна написати в рядок так, щоб сума кожних 9 послідовних чисел була парною, а сума кожних 10 послідовних чисел — непарною? Наведіть приклад.

8. Площі трикутників, утворених відрізками діагоналей трапеції та її основами, дорівнюють  $4 \text{ см}^2$  та  $9 \text{ см}^2$ . Знайти площу трапеції.

9. Петрусеви і Марійці Миколай приніс чарівні скриньки, які за ніч подвоюють кількість покладених туди цукерок, і вони негайно поділили цукерки від Миколая порівну і поклали до скриньок, вирішивши не чіпати їх якнайдовше. Ласун Петрусь не витримав і щоранку тихцем з'їдав по цукерці з Марійчиної скриньки. За якийсь час він злякався викриття і “випадково” висипав вміст обох скриньок на підлогу, змішавши його. Розумна Марійка перерахувала цукерки, виявила, що їх 321, і звинуватила Петруся у шахрайстві. Чому? Якщо зможете (необов'язково), скажіть, скільки цукерок приніс Миколай дітям.

10. Коли до розчину солі долили склянку з 200 г води, концентрація розчину у відсотках маси зменшилась на 4, а після доливання ще одної такої склянки — ще на 3. Якою була початкова маса розчину?

“Затверджую”



Голова оргкомітету



Голова предметно-методичної комісії

Дата оприлюднення : 18 грудня 2020 року

Розв'язання та їх можливі доповнення або виправлення надіслати до :

21 січня 2021 року

Поштова адреса: Факультет математики та інформатики Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника, вул. Шевченка 57/317, Івано-Франківськ, 76018

Електронна адреса: [katg@pnu.edu.ua](mailto:katg@pnu.edu.ua)