

Програмові вимоги - 2021
до державного іспиту з математики та інформатики
(освітній рівень - бакалавр)
Спеціальність “Прикладна математика”

Математичний аналіз

1. Числова послідовність. Границя послідовності. Властивості збіжних послідовностей.
2. Нескінченно малі і нескінченно великі послідовності, співвідношення між ними. Леми про нескінченно малі. Арифметичні властивості границь числових послідовностей.
3. Монотонні послідовності. Число Ейлера. Верхня та нижня границя числової послідовності.
4. Відповідність, відображення, функція. Способи задання. Види функцій.
5. Означення границі функції за Гейне та Коші. Еквівалентність означень. Основні властивості границі функції в точці. Односторонні границі функції в точці. Визначні границі:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e.$$

6. Неперервність функції в точці. Різні означення. Одностороння неперервність і її зв'язок з неперервністю в точці. Властивості неперервної функції на відрізку. Теорема Больцано-Коші, Вейерштраса, Кантора.
7. Задачі, які приводять до поняття похідної. Означення похідної. Таблиця похідних основних елементарних функцій. Геометричний та механічний зміст. Правила відшукування похідних. Похідна композиції функцій.
8. Застосування похідної до дослідження функції на сталість, монотонність.
9. Локальний екстремум функції. Необхідна умова. Достатні умови екстремуму. Знаходження найбільшого і найменшого значення функції на відрізку.
10. Напрямок опуклості графіка функції. Достатні умови. Точка перегину. Необхідна умова перегину. Достатні умови.
11. Первісна функція (неозначений інтеграл). Найпростіші властивості. Таблиця основних інтегралів. Метод інтегрування частинами. Метод заміни змінних, метод підстановки.
12. Інтеграл Рімана. Критерій інтегрованості функції на відрізку. Класи інтегрованих функцій. Формула Ньютона-Лейбніца. Інтеграл із змінною верхньою межею.
13. Основні застосування інтеграла Рімана (знаходження площ, об'ємів, довжин дуг; площ поверхонь обертання; фізичні застосування).
14. Невласні інтеграли першого і другого роду. Критерії збіжності невластних інтегралів. Ознаки збіжності невластних інтегралів. Ознака Абея, Діріхле.
15. Функції багатьох змінних. Границя, неперервність. Властивості неперервних функцій.
16. Частинні похідні, диференційованість функції багатьох змінних. Достатня умова диференційованості. Диференціал функції. Правила диференціювання.
17. Числові ряди. Збіжні числові ряди. Необхідна умова збіжності. Критерій збіжності числового ряду. Ознаки порівняння. Інтегральна ознака збіжності числового ряду. Ознаки збіжності додатних рядів. Абсолютна та умовна збіжність числового ряду.
18. Степеневі ряди. Радіус збіжності. Область збіжності степеневого ряду. Ряд Тейлора. Розклади основних елементарних функцій в ряд Тейлора.

Література:

1. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. – М.: Наука, 1980.

2. Ванагас В., Гинзбург В., Манько В. и др. Математический анализ. – М.: Итоги ВИНТИ 22, 1984. – 256 с.
3. Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу. – М.: Наука, 1972.
4. Дзядик В.К. Математичний аналіз. – К.: Вища школа, 1995.
5. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. – К.: Либідь, 1993. – Ч.1. – 320 с.
6. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. – К.: Либідь, 1993. – Ч.2. – 304 с.
7. Дюженкова Л.І., Колесник Т.В., Лященко М.Я., Михалін Г.О., Шкіль М.І. Математичний аналіз у прикладах і задачах. – К.: Вища школа, 2002-2003. – Ч.1-2.
8. Заболоцький М.В., Сторож О.Г., Тарасюк С.І. Математичний аналіз. – К.: Знання, 2008.
9. Зорич В.А. Математический анализ: В 2 т. – М.: Наука, 1981-1984.
10. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. – М.: Наука, 1979. – 720 с.
11. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. – М.: Высш. шк., 1981. – Т.1,2.
12. Липман Берс. Математический анализ: В 2 томах. – М.: Высшая школа, 1975.
13. Ляшко И.И., Боярчук А.К., Гай Я.Г., Калайда А.Ф. Математический анализ: В 3 ч. – К.: Вища шк., 1983.
14. Никольский С.М. Курс математического анализа. – М.: Наука, 1990. – Т.1. – 528 с.
15. Никольский С.М. Курс математического анализа. – М.: Наука, 1990. – Т.2. – 544 с.
16. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для втузов. – М.: Наука, 1965, 1970.
17. Рудин У. Основы математического анализа. – М.: Наука, 1982. – 520 с.
18. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Наука, 1969. – Т.1-3.
19. Шкіль М.І. Математичний аналіз. – К.: Вища школа, 2005. – Ч. 1-2.

Диференціальні рівняння.

1. Диференціальні рівняння першого порядку:
 - Однорідні рівняння та звідні до них.
 - Рівняння в повних диференціалах. Інтегрувальний множник.
 - Лінійні рівняння та звідні до них.
 - Рівняння, не розв'язані відносно похідної.
2. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків:
 - Рівняння, які допускають зниження порядку.
 - Лінійні однорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами.
 - Лінійні неоднорідні рівняння (метод варіації довільних сталих, метод невизначених коефіцієнтів).
 - Лінійні однорідні рівняння другого порядку зі змінними коефіцієнтами.

Література:

1. Шкіль М.І., Лейфура В.М., Самусенко П.Ф. Диференціальні рівняння. – К.: Техніка, 2003.
2. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння. – К.: Либідь, 2003.
3. Кривошея С.А., Перестюк М.О., Бурим В.М. Диференціальні та інтегральні рівняння. – К.: Либідь, 2004.
4. Гой Т.П., Махней О.В. Диференціальні рівняння. – Івано-Франківськ: Сімик, 2012.

5. Головатий Ю.Д., Кирилич В.М., Лавренюк С.П. Диференціальні рівняння. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011.
6. Самойленко А. М. Диференціальні рівняння у прикладах і задачах / А. М. Самойленко, С. А. Кривошея, М. О. Перестюк. – К. : Вища школа, 1994. – 455с.
7. Т. П. Гой, О. В. Махней, М. П. Негрич, М. М. Симолюк. Практикум з диференціальних рівнянь. Ч.2. Диференціальні рівняння вищих порядків, системи диференціальних рівнянь. – Ів.-Франківськ: Голіней, 2019. – 176с.

Рівняння з частинними похідними

1. Рівняння математичної фізики. Класифікація лінійних рівнянь другого порядку в точці.
2. Постановка основних крайових задач. Коректність задач.
3. Задача Коші для рівняння струни. Формула Даламбера.
4. Методи парного і непарного продовження в задачах для напівобмеженої струни.
5. Метод Фур'є розв'язання мішаних крайових задач для рівнянь струни і теплопровідності.

Література:

1. Перестюк М.О., Маринець В.В. Теорія рівнянь математичної фізики. – К.: Либідь, 2001.
2. Іванчов М.І. Вступ до теорії рівнянь у частинних похідних. – Л.: Тріада плюс, 2004.
3. Михлин С.Г. Уравнения математической физики. – С-Пб.: Лань, 2002.
4. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 2003.
5. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1951.
6. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. – М.: ГИФМЛ, 1961.
7. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. – М.: Наука, 1976.

Числові методи

1. Уточнення наближених значень коренів рівняння $f(x) = 0$ методами хорд, дотичних. Геометрична ілюстрація. Оцінки похибок.
2. Уточнення наближених значень коренів рівняння $f(x) = 0$ методом ітерацій. Геометрична ілюстрація. Блок-схема методу. Достатня умова збіжності методу ітерацій. Оцінка похибки.
3. Класифікація методів розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Точні методи розв'язування СЛАР. Розв'язування СЛАР методом Гауса. Обчислення визначників і відшукування оберненої матриці методом Гауса.
4. Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом ітерацій. Достатня умова збіжності методу. Оцінка наближення.
5. Постановка задачі інтерполяції. Інтерполяційні многочлени Лагранжа і Ньютона. Оцінка похибок.
6. Постановка задачі числового інтегрування. Числове інтегрування функції методами прямокутників, трапеції, парабол (Сімпсона). Оцінка точності.
7. Метод Ейлера та його модифікації розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь першого порядку. Розрахункові формули. Геометрична ілюстрація. Оцінки похибок.

Література

1. М.Я.Лященко, М.С.Головань. Чисельні методи. – К., Либідь, 1996. – 368 с.
2. Цегелик Г. Чисельні методи. – Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. І. Франка, 2004. – 408 с.
3. Демидович Б.П., Марон І.А. Основы вычислительной математики. – М., Наука, 1970. – 664 с.

4. С. Шахно. Чисельні методи лінійної алгебри. — Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2007. — 245 с.
5. Чисельні методи в комп'ютерних науках : навч. посіб. Т. 1 / В. А. Андруник, В. А. Висоцька, В. В. Пасічник та ін. ; за заг. ред. В. В. Пасічника. — Львів : Новий Світ - 2000, 2019. — 469 с.
6. Чисельні методи в комп'ютерних науках : навч. посіб. Т. 2 / В. А. Андруник, В. А. Висоцька, В. В. Пасічник та ін. ; за заг. ред. В. В. Пасічника. — Львів : Новий Світ - 2000, 2019. — 536 с.

Алгебра та геометрія

1. Різні способи задання прямих та площин в просторі. Взаємне розміщення двох прямих, прямої та площини.
2. Векторний і мішаний добутки. Їх властивості і застосування.
3. Лінійна залежність та ранг системи векторів.
4. Векторний простір, його розмірність і базис.
5. Лінійні оператори дійсних векторних просторів.
6. Власні вектори та власні числа лінійних операторів.
7. Методи розв'язування систем лінійних рівнянь.
8. Основні алгебраїчні структури.

Література:

1. Білоусова В.П. і ін. Аналітична геометрія. — К.: Вища школа, 1973.
2. Завало А.В. Курс алгебри. — Київ: Вища школа, 1986.
3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. — М.: Наука, 1965.- 471с.
4. Фадеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. — М.: Наука, 1964.-304с.

Теорія алгоритмів і математична логіка

1. Предмет математичної логіки. Висловлення. Операції над висловленнями.
2. Формули логіки висловлень. Таблиці істинності. Тавтології, суперечності, нейтральні та виконувані формули.
3. Рівносильні формули логіки висловлень. Закони логіки висловлень.
4. Логічне слідування на базі логіки висловлень. Застосування правил виведення.
5. Машина Тюрінга. Способи задання. Аналіз МТ.
6. Синтез машин Тюрінга. Теза Тюрінга-Черча.
7. Нормальні алгоритми Маркова. Їх аналіз та синтез.

Література:

1. Гаврилків В.М. *Формальні мови та алгоритмічні моделі: навчальний посібник.* — Івано-Франківськ: «Сімик», 2012. — 172 с.
2. Нікольський Ю.В., Пасічник В.В., Щербина Ю.М. *Дискретна математика.* — К.: Видавнича група ВНУ, 2007. — 368 с.

Методи оптимізації і дослідження операцій

1. Постановки і властивості задач лінійного програмування (ЛП).
2. Прямий симплекс-метод розв'язування канонічних задач ЛП.
3. Постановки двоїстих задач ЛП. Основні теореми двоїстості.
4. Двоїстий симплекс-метод розв'язування псевдоканонічних задач ЛП.
5. Постановки і властивості транспортних задач ЛП за критерієм вартості.
6. Метод потенціалів розв'язування транспортних задач ЛП.

7. Постановки цілочислових задач ЛП. Три алгоритми методу Гоморі.
8. Постановка задачі дробово-лінійного програмування. Метод зведення до задачі ЛП.
9. Постановка задачі опуклого програмування. Теорема Куна-Таккера.
10. Постановка багатокритерійної задачі прийняття рішень (ЗПР). Парето-оптимальні (ефективні) і слейтер-оптимальні (слабко ефективні) розв'язки.
11. Методи максимінної згортки (Гермеєра) та головного критерію для багатокритерійної ЗПР.
12. Методи лінійної згортки та лексикографічної оптимізації для багатокритерійної ЗПР.
13. Теорія ігор. Матрична гра з сідловою точкою.
14. Мішані стратегії в матричних іграх. Теорема фон Неймана про мінімакс.
15. Ігри з природою. Прийняття рішень в умовах ризику і повної невизначеності.

Література

1. Попов Ю.Д., Тюття В.І., Шевченко В.І. Методи оптимізації. - К., 2003. - 215 с.
2. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій. - 7-е вид. - К.: Слово, 2006. - 816 с.
3. Цегелик Г.Г. Лінійне програмування. - Львів: в-во Світ, 1998. - 215 с.
4. Моклячук М.П., Ямненко Р.С. Лекції з теорії вибору та прийняття рішень. - К., 2007. - 258с.
5. Волошин О.Ф., Мащенко С.О. Моделі та методи прийняття рішень: Навч. посіб. - К.: ВПЦ "КУ 2006. - 336 с.

Програмування

1. Основні типи даних. Модифікація основних типів. Ідентифікатори. Змінні.
2. Оператори умови та їх використання.
3. Типи даних: масиви, рядки.
4. Оператори циклу та їх використання.
5. Процедури і функції роботи з файлами.
6. Основні поняття об'єктно-орієнтованого програмування.
7. Поняття про успадкування та інкапсуляцію.
8. Механізми підтримки поліморфізму.

Література

1. Основи програмування. Навчальний посібник. – К.: Кондор. – 2008 р. – 364с.
2. Себеста Р. Основные концепции языков программирования. – М., Издательский дом «Вильямс», 2000.
3. Г. Шилдт. Полный справочник по C++. 4-е издание.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2010. – 800 с.
4. Лаптев В. В., Морозов А. В., Бокова А. В. C++. Объектно-ориентированное программирование. Задачи и упражнения. – СПб.: Питер, 2007. – 288 с.

Затверджено на засіданні кафедри диференціальних рівнянь і прикладної математики
(Протокол №7 від 16.02.2021р.)