ПРОГРАМНІ ВИМОГИ

до державного екзамену з математики та методики навчання математики
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
за спеціальності 014 “Середня освіта (Математика)”
галузі знань 01 Освіта/Педагогіка

Математичний аналіз

1. Потужність множин. Зчисленні множини та їх властивості. Дійсні числа. Властивість неперервності множини дійсних чисел. Грані, точні грані числових множин, їх існування.
2. Функція. Способи задання. Види функцій. Класифікація елементарних функцій.
3. Границя послідовності, функції. Основні теореми для послідовностей та функцій, які мають границю.
4. Критерій Коші існування скінченної границі для послідовностей і функції.
5. Неперервність функції. Класифікація точок розриву.
6. Властивості неперервних на відрізку функцій.
7. Диференційованість функції однієї змінної. Правила і формули диференціювання.
8. Основні тереми для диференційованих функцій (Ферма, Роля, Лагранжа, Коші).
9. Формула Тейлора. Залишковий член. Різні форми подання. Застосування.
10. Локальний екстремум функції однієї змінної. Необхідна умова. Достатні умови.
11. Невизначений інтеграл. Основні методи інтегрування. Таблиця основних інтегралів.
12. Інтеграл Рімана і його основні властивості.
13. Інтеграл Рімана зі змінною верхньою межею і його властивості. Формула Ньютона-Лейбніца.
14. Умови існування інтеграла Рімана.
15. Застосування інтеграла Рімана для розв’язування геометричних і фізичних задач.
16. Числовий ряд. Умови збіжності. Ознаки збіжності додатних рядів (Даламбера, Коші, Раабе, інтегральна).
17. Абсолютна та умовна збіжність. Ознака Лейбніца для знакозмінних рядів.
18. Переставна та сполучна властивість абсолютно та умовно збіжних числових рядів.
19. Функціональні послідовності і ряди. Точкова і рівномірна збіжність. Критерій Коші та ознака Вейерштрасса рівномірної збіжності.
20. Властивості рівномірно збіжних послідовностей і рядів (граничний перехід, диференційовність та інтегруванвсть).
21. Степеневі ряди в дійсній і комплексній областях. Радіус збіжності. Формула Коші-Адамара.
22. Ряди Тейлора для елементарних функцій ex, sin x, cos x, ln(1+x), (1+x)a і їх застосування.
23. Тригонометричні системи функцій і їх ортогональність. Умови розкладу функції в ряд Фур’є.
24. Розклад функції в ряд Фур’є на довильному проміжку; розклад за косинусами або синусами кратних дуг.
25. Функції кількох змінних. Границя функції, неперервність, диференційованість.
26. Екстремум функції кількох змінних. Необхідна умова. Достатні умови (для функції двох змінних).
27. Умовний екстремум. Відшукання точок умовного екстремуму методом множників Лагранжа.
28. Криволінійні інтеграли І-го та ІІ-го типу. Означення, умови існування.
29. Поверхневі інтеграли І-го та ІІ-го типу. Зв’язок між ними.
30. Подвійний і потрійний інтеграли. Означення, умови існування. Зведення до повторних інтегралів.
31. Формули Гріна, Стокса, Остроградського-Гаусса.
32. Комплексні числа. Дії над ними. Алгебраїчна і тригонометрична форми. Показникова форма комплексного числа.

33. Формула Муавра. Добування кореня з комплексного числа. Формули Ейлера.
34. Аналітична функція. Означення. Похідна, геометричний зміст. Умови Коші-Рімана-Ейлера-Даламбера. Зв'язок аналітичних функцій з гармонічними. (Інтегральна теорема та формула Коші).
35. Розклад аналітичних функцій в ряд Тейлора.
36. Метричні простори. Теорема про вкладені кулі.
37. Нормовані та банахові простори. Означення, основні поняття, приклади.
38. Гільбертові простори. Означення, основні поняття, приклади.
39. Лінійні оператори і функціонали в нормованих просторах. Зв'язок між неперервністю і обмеженістю.
40. Загальний вигляд лінійних неперервних функціоналів у гільбертовому просторі.
41. Диференціальне рівняння: порядок, розв'язок, загальний розв'язок, інтегральна крива, початкові умови.
42. Теорема про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для рівняння $y'=f(x,y)$.
43. Диференціальні рівняння I-го порядку, які інтегруються в квадратурах (з відокремленими змінними, лінійні, однорідні, у повних диференціалах).
44. Розв'язування лінійних диференціальних рівнянь II-го порядку із сталими коефіцієнтами.
45. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків. Фундаментальна система розв'язків. Загальний розв'язок.
46. Постановка класичних крайових задач для лінійних диференціальних рівнянь II-го порядку гіперболічного, параболічного, еліптичного типів.

Література

1. Іванчов М.І. Вступ до теорії рівнянь у частинних похідних. – Львів: Тріада плюс, 2004.
2. Березанский Ю.М., Ус Г.Ф., Шефтель З.Г. Функциональный аналіз. – К.: Вища школа, 1990.
3. Владимиров Б.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1964.
4. Гой Т.П., Казмерчук А.І., Федак І.В. Звичайні диференціальні рівняня (Частина1. Диференціальні рівняння першого порядку, які інтегруються у квадратурах). – Івано-Франківськ: ЛІК, 2005.
5. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа.- М.: Наука, 1989.
6. Кривошея С.А., Перестюк М.О., Бурим В.М. Диференціальні та інтегральні рівняння. – К.: Либідь, 2004.
7. Л.Д.Кудрявцев. Курс математического анализа (учебник для ВУЗов).- М.: Высшая школа.- Т.I,II, 1988.- Т.III, 1989.
8. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа.- М.: Наука, 1989.
9. Маркушевич А.А., Маркушевич Л.А. Введение в теорию аналитических функций. – М.: Просвещение, 1977.
10. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения.- М.: Наука, 1965.
11. Привалов И.И. Введение в теорию функции комплексного переменного. М.: Наука, 1977.
12. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння. – К.: Либідь, 2003.
13. Шкіль М.І., Лейфура В.М., Самусенко П.Ф. Диференціальні рівняння. – К.: Техніка, 2003.

Вища алгебра

1. Системи лінійних рівнянь. Сумісність, визначеність. Критерій сумісності. Системи лінійних однорідних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків. Методи Гаусса і Крамера розв'язування системи лінійних рівнянь.
2. Матриці і дії над ними. Обернена матриця. Матричний метод розв'язування систем лінійних рівнянь.
3. Нормальна форма матриці. Діагональна і жорданова форми матриць.
4. Многочлени, їх звідність. Ділення многочленів. Корені многочленів. Теорема Вієта.

5. Многочлени від багатьох змінних. Симетричні многочлени. Результант. Дискримінант.
6. Лінійні оператори. Характеристичне рівняння, спектр, слід, мінімальний многочлен, власні значення і власні вектори лінійного оператора.
7. Квадратичні форми. Закон інерції квадратичних форм. Додатньо та від'ємновизначені квадратичні форми. Критерій Сильвестра. Зведення квадратичних форм до канонічного виду.
8. Поняття групи, підгрупи. Циклічні групи. Фактор-група. Морфізми груп. Типи груп.
9. Поняття кільця, поля. Види кілець. Кільце квадратичних матриць, кільце класів лишків, кільце многочленів. Характеристика поля. Поле раціональних дробів.

Література:

1. Кострикин А.И Введение в алгебру. – М.: Наука, 1977.
2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М.: Наука, 1975.
3. Завало С.Т. Курс алгебри. – К.: Вища школа, 1985.
4. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. – М.: Наука, 1984.
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Наука, 1984.
6. Бухштаб А.А. Теория чисел. – М.: Просвещение, 1966.

Аналітична та диференціальна геометрія. Топологія.

1. Пряма на площині. Пряма і площина в просторі. Взаємне розміщення площин, прямих і площин в просторі.
2. Лінії другого порядку: еліпс, гіпербола, парабола, їх основні властивості та зображення.
3. Формули Френе для просторових кривих. Перша і друга квадратичні форми.
4. Зв′язність та лінійна зв′язність. Теорема про взаємозв'язок і контрприклад.
5. Аксіоми віддільності. Теорема про продовження функцій для метризованих просторів.
6. Метризація. Метризовність просторів з другою аксіомою зліченності.
7. Бікомпактні простори. Компакти в евклідових просторах.
8. Добутки компактних просторів. Гільбертові куби.
9. Паракомпактність.
10. Способи побудови нових просторів: факторпростори, добутки та зворотні спектри.
11. Основні властивості розмірностей dim, Ind, ind та основні теореми про взаємозв'язок між ними.
12. Сімплекси та поліедри, сімпліціальна апроксимація.
13. Топологічна інваріантність розмірності поліедрів та евклідових просторів. Ретракція і теореми Брауера про нерухому точку.

Література

1. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии.-: Наука, 1968.
2. Білоусова В.П. і ін Аналітична герметрія.– К.:Вища школа, 1973.
3. Мищенко А.С. Фоменко А.Г. Курс диференциальной геометрии и топологии: Учебник.–М.: МГУ, 1980.
4. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия: Учебное пособие.– М.: Наука, 1979.
5. Александров П.С., Пасынков Б.П. Введение в теорию розмерности М.:и Наука 1980
6. Борисенко Курс лекцій з диференціальної геометрії і топології К.: Либідь, 1986
7. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия: Учебник М.: Наука , 1974
8. Пасынков Б.А., Федорчук В.В. Топология и теория размерности. М.: Знания, 1984

Методика навчання математики

1. Предмет методики викладання математики, її цілі, задача і структура. Математика як наука і як навчальний предмет. Основні напрями перебудови шкільного курсу математики. Аналіз програм з математики.
2. Принципи дидактики в навчанні математики. Методи навчання математики.

3. Формування математичних понять в процесі викладання шкільного курсу математики. Означення понять і вимоги до них. Види означень математичних понять. Правила означення. Рівносильність означень. Узагальнення і класифікація понять. Методика введення означень математичних понять.
4. Математичні твердження та їх види. Теореми в шкільному курсі математики. Види теорем за структурою та змістом.
5. Різні методи доведень. Необхідні і достатні умови.
6. Факультативні курси з математики. Зміст факультативних занять і методика їх проведення.
7. Методика вивчення числових систем. Дробові числа в шкільному курсі математики і методика їх вивчення. Методика вивчення від'ємних чисел. Методика введення ірраціональних чисел.
8. Методика вивчення тотожних перетворень в середній школі: тотожні перетворення раціональних алгебраїчних виразів (цілих і дробових) і ірраціональних алгебраїчних виразів.
9. Рівняння і нерівності в курсі математики 7-9 і 10-11 класів і методика їх вивчення.
10. Методика введення поняття функції. Методика вивчення лінійної і квадратичної функцій. Методика вивчення степеневої, показникової і логарифмічної функцій. Методика вивчення тригонометричних функцій. Застосування елементів математичного аналізу при вивченні функцій.
11. Логічна побудова курсу геометрії середньої школи. Геометрія як навчальний предмет. Аналіз підручників з геометрії. Методика вивчення геометричних побудов.
12. Геометричні перетворення фігур. Рухи: центральна і осьова симетрії, поворот, паралельне перенесення. Перетворення подібності.
13. Координати і вектори в просторі. Методика вивчення векторів в середній школі. Застосування методу на площині і в просторі.
14. Методика вивчення перших розділів систематичного курсу стереометрії. Методика вивчення паралельності прямих і площин в просторі. Методика вивчення перпендикулярності прямих і площин в просторі.
15. Геометричні величини в шкільному курсі математики. Методика вивчення довжин, площ, об'ємів в шкільному курсі математики. Стереометричні задачі і методика їх розв'язування.

Література

1. Програми з математики для середньої загальноосвітньої школи. – Режим доступу: https://mon.gov.ua/
2. Підручники і посібники з математики для середньої школи. – Режим доступу: https://mon.gov.ua/
3. Бевз Г.П. Методика викладання математики. – К.: Вища школа, 1989.
4. Компетентнісно орієнтована методика навчання математики в основній школі: Методичний посібник // О.І. Глобін, М.І. Бурда, Д.В. Васильєва, В.В. Волошена, О.П. Вашуленко, Н.Д. Мацько, Т.М. Хмара. – К. : Педагогічна думка, 2015
5. Методика викладання математики у середній шлолі. Упорядники: Р.С.Черкасов, А.А.Столяр. - Харків.: Видавництво "Основа" при Харківському Університеті, 1992.
6. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник. – К.: Вища шк., 2006. – 582 с.
7. Слєпкань З. І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2006. –240 с.