

**Прикарпатський національний університет  
імені Василя Стефаника**

**Завдання другого туру дистанційного етапу  
Всеукраїнської олімпіади з математики  
для професійної орієнтації вступників  
на базі повної загальної середньої освіти**

**[www.mif.pnu.edu.ua](http://www.mif.pnu.edu.ua)**

1. Розв'яжіть рівняння

$$x^2 - 3|x| + 2 = 0.$$

2. Коли Андрійко був молодий, як Софійка, багато років було тітоньці Марійці — на рік менше, ніж тепер Андрійкові і Софійці разом. Скільки років було Андрійкові, коли Марійка була у нинішньому віці Андрійка?

3. Квадрат натурального числа складається з цифр 0, 2, 3, 5 (без повторень). Знайдіть його.

4. Розв'яжіть рівняння  $6^x - 3^x + 2^x = 1$ .

5. Розв'яжіть систему

$$\begin{cases} 2x + y = 3, \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 3. \end{cases}$$

6. Знайдіть всі пари цілих чисел  $x$  та  $y$ , для яких  $xy = x + 2y$ .

7. Чи існує трикутник, у якого всі висоти не перевищують 1 см, а площа більша за  $100 \text{ см}^2$ ?

8. Чи можна розставити по колу 20 червоних і якусь кількість синіх фішок так, щоб у всіх точках, діаметрально протилежних до червоних фішок, стояли сині, і жодні дві сині фішки не стояли поруч?

9. Знайдіть найменше натуральне число, що ділиться на 36, у десятковому записі якого зустрічаються всі 10 цифр.

*Примітка.* Цю задачу можна розв’язати з допомогою програми на C/C++, Python чи Java, якщо разом з програмою буде надіслано обґрунтування її правильності.

**10.** Село Дубовель вирішило стати гірськолижним курортом міжнародного рівня і вирубало на сусідній горі трасу довжини 2 км. Через глобальне потепління взимку снігу на трасі бракує, тому місцевий бізнесмен запропонував вночі досипати трасу снігом з багатшого сусіднього курорту. Траса поділена на 20 ділянок по 100 метрів, а позиченим снігом можна вкрити 10 ділянок. Кожен лижник стартує на початку траси з швидкістю 10 м/с, при спуску кожною досипаною ділянкою швидкість поступово зростає на 1 м/с, а недосипаною — поступово спадає на 2 м/с. Вартість досипання снігу залежить від підйому ділянки щодо початку, а саме на першу ділянку — за 100 грн, на другу ділянку — за 200 грн, ..., на найвищу, 20-ту ділянку — за 2000 гривень. За яку мінімальну суму можна досипати трасу так, щоб лижник міг проїхати всю трасу, зупинившись тільки внизу?

“Затверджую”



Голова оргкомітету



Голова предметно-методичної комісії

Дата оприлюднення : 7 лютого 2022 року

Розв’язання та їх можливі доповнення або виправлення надіслати до :

25 квітня 2022 року

Поштова адреса: Факультет математики та інформатики Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника, вул. Шевченка 57/317, Івано-Франківськ, 76018

Електронна адреса: [katg@pnu.edu.ua](mailto:katg@pnu.edu.ua) , тема листа “Олімпіада”