

**Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника**

**Завдання 1-го дистанційного туру
Всеукраїнської олімпіади з математики
для професійної орієнтації вступників
на базі повної загальної середньої освіти
(2023)**

1. Дракон вже триста років охороняє скрині з золотом у шести кімнатах вежі, до яких ведуть шість окремих входів. Бажаючи вийти на пенсію, дракон оголосив, що віддасть все золото лицареві, який правильно вкаже кількість скринь у кожній кімнаті, якщо відомо, що разом:

- у 1-ій та 2-ій кімнатах три скрині,
- у 2-ій та 3-ій кімнатах чотири скрині,
- у 3-ій та 4-ій кімнатах п'ять скринь,
- у 4-ій та 5-ій кімнатах шість скринь,
- у 5-ій та 6-ій кімнатах сім скринь,
- а у 6-ій та 1-ій кімнатах вісім скринь.

Допоможіть лицареві, який лінувався вивчати математику.

2. Розв'яжіть рівняння $|x - 2021| + |x - 2022| = |x - 2023|$.

3. Квадрат якої найбільшої площі можна вмістити у прямокутний трикутник з катетами 3 см і 6 см?

4. Зобразіть на координатній площині множину точок, координати яких x та y задовольняють нерівність $\frac{x}{y} < xy$.

5. Знайдіть якнайбільше різних трійок натуральних чисел a, b, c (порядок несуттєвий), для яких

$$a + b + c - ab - bc - ac + abc = 2023.$$

6. Учень Недовчений, розв'язуючи нерівність, поставив пляму на одне з чисел в умові, і тепер вона виглядає так: $x^2 - 2x \leq *$. Він пам'ятає, що число справа було натуральним, і нерівність задовольняли рівно сім цілих чисел. Яким міг бути правий бік нерівності?

7. Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} x + y = 2, \\ \frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+2} = \frac{5}{6}. \end{cases}$$

8. Деревообробне підприємство складається з двох цехів, перший з яких обтесує колоди циліндричної форми до брусів квадратного перерізу, а другий надає квадратним брусам циліндричної форми. Яка частина дерева піде у відходи, якщо обидві бригади працюватимуть максимально ощадно?

9. У возі всі колеса мали діаметр 80 см. Передні колеса зламались, і господар був змушений замінити їх на колеса діаметрів 70 см і 90 см. У поїзді сумарна кількість обертів передньої пари виявилась на 100 більшою від сумарної кількості обертів задньої пари. Яку відстань проїхав віз?

10. Розв'яжіть рівняння $(x + 1)(x + 2)(x + 3) = 24$.

“Затверджую”



Голова предметно-методичної комісії

Дата оприлюднення : 2 січня 2023 року

Надіслати розв'язання до : 12 лютого 2023 року

Поштова адреса: Факультет математики та інформатики Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника, вул. Шевченка 57/317, Івано-Франківськ, 76018

Електронна адреса: katg@pnu.edu.ua