

**Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника**

**Завдання другого туру дистанційного етапу
Всеукраїнської олімпіади з математики
для професійної орієнтації вступників
на базі повної загальної середньої освіти**

www: katg.pnu.edu.ua

mailto: katg@pnu.edu.ua

1. Ведмідь, вовк і лисиця змагаються у перегонах машинок-роботів. Ведмідь запрограмував свого робота так, що всю дистанцію машинка проїде зі стандартною швидкістю, машинка вовка проїде половину *часу* з подвійною швидкістю, а іншу половину — з вдвічі меншою від стандартної, а робот лисиці проїде половину *відстані* з подвійною швидкістю, а іншу — з половинною.

Хто з учасників отримає золоту, срібну та бронзову медалі?

2. Розв'яжіть нерівність

$$x + \frac{1}{x} > 2x + \frac{1}{2x}.$$

3. Між деякими з цифр 123456789, написаних у вказаному порядку, вставте знаки “+” та “−” так, щоб значенням отриманого виразу було 100.

4. Лисиця спіймала ворону і поставила їй умову: птаху замикають у клітці з горіхами, і щодня треба з'їсти рівно дві третини всіх горіхів на той момент, якщо ця кількість ділиться на три, або один горіх, якщо не ділиться. Ворону випускають, коли горіхи закінчаться. Яку найменшу кількість горіхів треба покласти у клітку, щоб ворона вийшла рівно за тиждень?

5. Планета має форму куба, у восьми вершинах якого розташовані міста, а дороги між ними проходять по всіх ребрах. У одній з вершин — резиденція короля. Він забажав провести інспекцію всіх доріг, проїхавши

їх усіх, але кожна — тільки один раз і в один бік. Чи може міністр транспорту скласти для короля відповідний маршрут?

6. Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} xy^2 = x + 6; \\ yx^2 = y + 6. \end{cases}$$

7. Довжини сторін прямокутного трикутника утворюють арифметичну прогресію, а його площа рівна 24. Яка площа описаного навколо трикутника круга?

8. Продавець взяв з покупця 320 гривень замість 300 гривень. На своє виправдання він сказав, що переставив дві цифри у ціннику одного з товарів. Поясніть, чому продавець каже неправду.

9. Лідер нації склав список з десяти заповідей для народу, і щодня його прес-секретар обирає для виступу по телебаченню три з них, причому ніякі дві з них не повинні бути поруч у списку. Трійки заповідей не повинні повторюватись протягом року (окремі заповіді можуть, і мусять повторюватись). Чи вистачить прес-секретареві тем для виступів на рік?

10. Знайдіть всі пари *одноцифрових* чисел a і b , для яких $a^3 + b = a + b^2$.

Примітка. Цю задачу можна розв'язати з допомогою програми на C/C++, Python чи Java, якщо разом з програмою буде надіслано її пояснення.

“Затверджую”



Голова предметно-методичної комісії

Дата оприлюднення : 25 березня 2024 року

Розв'язання та їх можливі доповнення або виправлення надіслати до :
6 квітня 2024 року

Поштова адреса: Факультет математики та інформатики Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника, вул. Шевченка 57/317, Івано-Франківськ, 76018

Електронна адреса: katg@pnu.edu.ua , тема листа “Олімпіада”