

ПРОГРАМОВІ ВИМОГИ

до кваліфікаційного іспиту з математики

спеціальності 111 “Математика”

(освітній рівень Бакалавр)

Затверджено

кафедрою алгебри та геометрії, протокол

№ 6 від 28 грудня 2023 р.

Завідувач кафедри

_____ О.Р.Никифорчин

Математичний аналіз

1. Грані, точні грані множини. Теорема про існування точних граней. Властивості точних граней.
2. Відповідність, відображення, функція. Способи задання. Види функцій.
3. Границя послідовності. Властивості збіжних послідовностей.
4. Різні означення границі функції, їх еквівалентність.
5. Існування границі для монотонних послідовностей і функцій. Критерій існування границі для послідовностей, функцій.
6. Неперервність функції в точці. Точки розриву. Класифікація точок розриву.
7. Основні визначні границі та наслідки з них:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = \log_a e, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^\mu - 1}{x} = \mu, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a.$$

8. Похідна функції. Похідна композиції функцій, оберненої функції. Таблиця похідних. Похідна функції, заданої параметрично.
9. Диференціал. Інваріантність форми диференціала.
10. Похідні і диференціали вищих порядків.
11. Екстремум функції. Необхідна умова, достатні умови.
12. Опуклість графіка функції. Необхідні і достатні умови опуклості. Точки перегину графіка функції. Умови існування.
13. Первісна функції, властивості. Таблиця первісних. Заміна змінної та інтегрування частинами в невизначеному інтегралі.
14. Інтегрування дробово-раціональних функцій.
15. Інтегрування тригонометричних функцій
16. Означений інтеграл. Необхідна умова інтегровності. Необхідні і достатні умови інтегровності.
17. Класи інтегровних функцій. Властивості означених інтегралів.
18. Інтеграл із змінною верхньою межею, властивості. Формула Ньютона-Лейбніца.
19. Застосування означеного інтеграла (обчислення площі фігури, об'єму тіла, довжини кривої).
20. Екстремум функції багатьох змінних. Достатні умови екстремуму функції двох змінних.
21. Числові ряди. Збіжність. Необхідна умова збіжності. Необхідна і достатня умова збіжності.
22. Ознаки збіжності додатних рядів.

23. Степеневі ряди. Інтервал і радіус збіжності. Абсолютна та умовна збіжність.
24. Ряд Тейлора. Розклад в ряд Маклорена функцій e^x , $\cos(x)$, $\sin(x)$, $\arctg(x)$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$.
25. Функція багатьох змінних. Повторні і подвійні границі.
26. Диференційовність функції багатьох змінних. Достатні умови диференційовності.
27. Подвійні інтеграли, їх застосування, обчислення.
28. Потрійні інтеграли, їх застосування, обчислення.
29. Криволінійні інтеграли I роду
30. Криволінійні інтеграли II роду.

Література

1. *Практикум з математичного аналізу*. – Частина I. / А.В. Загороднюк, М.І. Копач, В.В. Кравців, Г.П. Малицька, А.В. Соломко, С.В. Шарин. – 2-ге вид., переробл. і доповн. – Івано-Франківськ : Сімик, 2013. – 177с.
2. *Практикум з математичного аналізу*. – Частина II. / А.В. Загороднюк, М.І. Копач, В.В. Кравців, Г.П. Малицька, А.В. Соломко, С.В. Шарин. – 2-ге вид., переробл. і доповн. – Івано-Франківськ : Сімик, 2013. – 186с.
3. *Практикум з математичного аналізу*. – Частина III. / А.В. Загороднюк, М.І. Копач, В.В. Кравців, Г.П. Малицька, М. В. Марцінків, Г. В. Петрів, А.В. Соломко, – Івано-Франківськ : Сімик, 2015. – 190с.
4. *Практикум з математичного аналізу*. – Частина IV. / А.В. Загороднюк, М.І. Копач, В.В. Кравців, Г.П. Малицька, А.В. Соломко, С.В. Шарин. – 2-ге вид., переробл. і доповн. – Івано-Франківськ : Сімик, 2013. – 177с.
5. *Практикум з математичного аналізу*. – Частина V. / А.В. Загороднюк, М.І. Копач, В.В. Кравців, Г.П. Малицька, А.В. Соломко, С.В. Шарин. – 2-ге вид., переробл. і доповн. – Івано-Франківськ : Сімик, 2013. – 186с.
6. Коновалова Н.Р. *Математичний аналіз: приклади і задачі: Навчальний посібник* / Н.Р. Коновалова, Т.Г. Стрижак. – К.: Либідь. – 1995. – 240с.
7. Дзядик В.К. *Математичний аналіз*. – К.: Вища школа, 1995.
8. Дороговцев А.Я. *Математичний аналіз*. – К.: Либідь, 1993. – Ч.1. – 320с.
9. Дюженкова Л.І., Колесник Т.В., Лященко М.Я., Михалін Г.О., Шкіль М.І. *Математичний аналіз у прикладах і задачах*. – К.: Вища школа, 2002-2003. – Ч.1-2.
10. Заболоцький М.В., Сторож О.Г., Тарасюк С.І. *Математичний аналіз*. – К.: Знання, 2008.
11. Шкіль М.І. *Математичний аналіз*. – К.: Вища школа, 2005. – Ч. 1-2

Функціональний аналіз

1. Повні метричні простори. Принцип стискаючих відображень.
2. Нормовані простори: означення, основні приклади, зв'язок з метричними просторами, повнота.
3. Евклідові простори: означення, основні приклади, зв'язок з нормованими просторами, нерівність Коші-Буняковського.
4. Лінійні функціонали: означення, приклади, неперервність, обмеженість, норма.

Література

1. Кадець В.М. *Курс функціонального аналізу та теорії міри*: Підручник / В.М. Кадець. – Львів: Число, 2012. – 590 с.
2. Березанський Ю.М., Ус Г.Ф., Шефтель З.Г. *Функціональний аналіз*: Підручник / Ю.М. Березанський, Г.Ф. Ус, З.Г. Шефтель. – Львів: Число, 2014. – 559 с.
3. Боярищева Т.В., Гудивок Т.В., Погоріляк О.О.. *Функціональний аналіз*. Навчальний посібник для студентів спеціальностей «математика», «прикладна математика», «статистика». – Ужгород, 2013. – 125с.

Теорія функцій комплексної змінної

1. Аналітичні функції. Умови Коші-Рімана.
2. Узагальнені степеневі ряди в комплексній площині. Теорема Лорана.
3. Особливі точки функції комплексної змінної і їх класифікація.

Література

1. Гольдберг А. А., Шеремета М. М., Заболоцький М. В., Скасків О. Б. *Комплексний аналіз*. Афіша: Львів, 2002.
2. Горяйнов В. В., Малютін К. Г., Козлова І. І. *Комплексний аналіз*. Сумський державний університет: Суми, 2020.
4. Грищенко О. Ю., Нагнибіда М. І. *Теорія функцій комплексної змінної*. Розв'язування задач. Вища школа: Київ, 1994.
5. Звоздецький Т. І., Лінчук Н. Є., Лінчук С. С. *Збірник задач і вправ з комплексного аналізу* (для студентів математичного факультету). Рута: Чернівці, 2004.
6. Мельник Т. А. *Комплексний аналіз*. ВПЦ Київський університет: Київ, 2015.

Диференціальні рівняння.

1. Диференціальні рівняння першого порядку:
 - Однорідні рівняння та звідні до них.
 - Рівняння в повних диференціалах. Інтегрувальний множник.
 - Лінійні рівняння та звідні до них.
 - Рівняння, не розв'язані відносно похідної.
2. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків.
 - Рівняння, інтегровані у квадратурах, і рівняння, які допускають зниження порядку.
 - Лінійні однорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами.
 - Лінійні неоднорідні рівняння (метод варіації довільних сталих і метод невизначених коефіцієнтів).
3. Системи диференціальних рівнянь.
 - Методи розв'язування лінійних однорідних систем.
 - Методи розв'язування лінійних неоднорідних систем.

Література

1. Шкіль М.І., Лейфура В.М., Самусенко П.Ф. *Диференціальні рівняння.* – К.: Техніка, 2003.
2. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. *Диференціальні рівняння.* – К.: Либідь, 2003.
3. Кривошея С.А., Перестюк М.О., Бурим В.М. *Диференціальні та інтегральні рівняння.* – К.: Либідь, 2004.
4. Лавренюк С.П. *Курс диференціальних рівнянь.* – Львів: Вид-во наук.-техн. л-ри, 1997.

Рівняння з частинними похідними

1. Рівняння математичної фізики. Класифікація лінійних рівнянь другого порядку в точці.
2. Постановка основних крайових задач. Коректність крайових задач для рівнянь математичної фізики.
3. Задача Коші для рівняння струни. Формула Даламбера.
4. Формули Гріна. Теореми про середнє значення гармонічної функції по сфері і по кулі.
5. Принцип максимуму для гармонічних функцій. Теореми єдиності розв'язку задачі Діріхле.

6. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівнянь струни і теплопровідності.
7. Розв'язання задачі Коші для рівняння теплопровідності.

Література

1. Бобик О. І., Бобик І.О., Литвин В.В. *Рівняння математичної фізики* (практикум). – Львів: Науковий світ, 2010
2. Положій Г.М. *Рівняння математичної фізики*. - Київ: Радянська школа, 1959
3. *Диференціальні рівняння математичної фізики: навчальний посібник/* Лавренчук В.П., Івасишен С.Д., Дронь В.С., Готинчан Т.І.-Чернівці: Рута, 2008
4. Перестюк М. О. *Теорія рівнянь математичної фізики*.- К:Либідь,2006
5. Іванчов М.І. *Вступ до теорії рівнянь у частинних похідних*. Текст лекцій, Львів: Тріада плюс, 2004.

Алгебра та дискретна математика

1. Декартів добуток множин. Відношення. Властивості бінарних відношень.
2. Відношення еквівалентності і класи еквівалентності. Відношення строгого і нестроого порядку і зв'язок між ними.
3. Системи лінійних рівнянь. Сумісність, визначеність. Критерій сумісності.
4. Системи лінійних однорідних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків.
5. Методи Гауса та Крамера розв'язування систем лінійних рівнянь.
6. Матриці і дії над ними. Обернена матриця. Матричний метод розв'язування систем лінійних рівнянь.
7. Многочлени, їх звідність. Ділення многочленів. Корені многочленів. Теорема Вієта.
8. Многочлени над числовими полями. Основна теорема теорії многочленів. Розміщення дійсних коренів многочленів.
9. Лінійний простір. Приклади лінійних просторів. База, вимірність, інваріантність вимірності.
10. Лінійні оператори. Характеристичне рівняння, спектр, слід, мінімальний многочлен, власні значення і власні вектори лінійного оператора.
11. Лінійні оператори у евклідових і унітарних просторах. Ортогональні, унітарні, самоспряжені, нормальні оператори.
12. Квадратичні форми. Закон інерції квадратичних форм. Додатно та від'ємновизначені квадратичні форми. Критерій Сильвестра.
13. Поняття напівгрупи, моноїда, квазігрупи, групи.
14. Симетричні групи.
15. Циклічні групи. Порядок елемента.

16. Нормальні підгрупи в групі. Фактор-група.
17. Морфізми груп. Основна теорема про гомоморфізми для груп. Теорема Келі.
18. Поняття кільця, поля. Види кілець.
19. Ідеали кілець. Фактор-кілець.
20. Поле. Характеристика поля. Приклади.
21. Конгруенції. Теореми Ейлера і Ферма.
22. Розв'язування конгруенцій I степеня.

Література

1. Безущак О.О. *Навчальний посібник з лінійної алгебри для студентів механіко-математичного факультету* / О.О. Безущак, О.Г. Ганюшкін, Є.А. Кочубінська. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2019. – 224 с.
2. Бондаренко Н.В. *Лінійна алгебра: навчальний посібник* / Н.В. Бондаренко, В.В. Отрашевська. – Київ: КНУБА, 2023. – 180 с.
3. Гаврилків В.М. *Елементи теорії груп та теорії кілець: навчальний посібник* / В.М. Гаврилків. – Івано-Франківськ: Голіней, 2023. – 153 с.
4. Завало С.Т. *Курс алгебри* / С.Т. Завало. – К.: Вища школа, 1985.
5. Курдаченко Л.А. *Вибрані розділи алгебри та теорії чисел* / Л.А. Курдаченко, В.В. Кириченко, М.М. Семко. – К.: ІМ НАНУ, 2005. – 208 с.
6. Нікольський Ю.В. *Дискретна математика* / Ю.В. Нікольський, В.В. Пасічник, Ю.М. Щербина. – К.: Видавнича група ВНУ, 2007. – 368 с.
7. Пилипів В.М. *Класичні основи теорії чисел: навчально-методичний посібник* / В.М. Пилипів, Р.А. Заторський, І.І. Ліщинський. – Івано-Франківськ: Плай, 2014. – 68 с.
8. Пилипів В.М. *Кільце поліномів: навчально-методичний посібник* / В.М. Пилипів, Р.А. Заторський, І.І. Ліщинський. – Івано-Франківськ: Плай, 2014. – 100 с.

Аналітична та диференціальна геометрія. Топологія.

1. Скалярний, векторний і мішаний добуток векторів. Їх застосування.
2. Пряма на площині. Пряма в просторі. Взаємне розміщення двох прямих.
3. Площина. Взаємне розміщення площин, прямих і площин в просторі.
4. Лінії другого порядку: еліпс, гіпербола, парабола. Їх основні властивості та зображення.
5. Спрощення загального рівняння лінії другого порядку за допомогою геометричних перетворень.
6. Поверхні другого порядку.
7. Метричні, псевдометричні, ультраметричні простори. Приклади.

8. Границя послідовності в метричному просторі. Повнота і поповнення метричного простору.
9. Точки дотику множини в метричному та топологічному просторі. Замкнені множини і замикання множини.
10. Внутрішні точки множини в метричному та топологічному просторі. Відкриті множини і внутрішність множини. Межа множини.
11. Неперервні відображення метричних просторів. Рівносильність означень за Гейне та за Коші.
12. Поняття топології і способи її задання: метрика, база, передбаза.
13. Аксиоми відокремленості. Гаусдорфові, регулярні та нормальні простори.
14. Різновиди зв'язності та співвідношення між ними.
15. Неперервні відображення топологічних просторів.
16. Компактні простори і множини. Збереження компактності замкненими підпросторами і неперервними образами. Компактність відрізка. Компакти у скінченновимірних евклідових просторах.
17. Способи побудови нових топологічних просторів: підпростори, топологічні суми, фактор-простори, добутки.
18. Перша квадратична форма поверхні та її застосування.
19. Друга квадратична форми поверхні, класифікація точок поверхні.
20. Формули Френе для просторових кривих.

Література

1. Білоусова В.П. і ін. *Аналітична геометрія*. – К.: Вища школа, 1973.
2. Собкович Р.І. *Конспекти лекцій з аналітичної геометрії (у двох частинах)*. Частина 1 – Івано-Франківськ: Голіней О.М., 2016-236с.
3. Собкович Р.І. *Конспекти лекцій з аналітичної геометрії (у двох частинах)*. Частина 2 – Івано-Франківськ: Голіней О.М., 2016-72с.
4. Kuratowski K. *Topology*, Vol. 1. — Academic Press, 1969.
5. Kuratowski K. *Topology*, Vol. 2. — Academic Press, 1969.
6. Бокало Б.М., Гуран І.Й., Зарічний М.М. *Збірник задач з курсу диференціальної геометрії і топології (Загальна топологія)*. — К., ІСДО, 1994.
7. Борисенко О.А. *Диференціальна геометрія і топологія*.- Х.: Основа.-1995.-304с.
8. Городецький В.В., Мартинюк О.В. *Диференціальна геометрія в теоремах і задачах*. – Чернівці: Рута, 2006. – 400с.
9. Гуран І.Й., Зарічний М.М. *Диференціальна геометрія і топологія*. – К., НМК ВО, 1991.
10. Никифорчин О.Р. *Елементи загальної топології*. – Івано-Франківськ, ПрНУ, 2015.

Теорія ймовірностей і математична статистика.

1. Основні поняття та аксіоми теорії ймовірностей. Ймовірнісні простори та їх приклади. Умовні ймовірності, незалежні події. Формули множення ймовірностей, повної ймовірності, Байєса.
2. Дискретні та абсолютно неперервні випадкові величини. Загальне означення випадкової величини. Розподіли випадкових величин. Числові характеристики випадкових величин: математичне сподівання, дисперсія, моменти.
3. Випадкові вектори, їх розподіли (маргінальні, умовні). Числові характеристики випадкових векторів. Незалежність і некорельованість випадкових величин. Нормально розподілений випадковий вектор.
4. Закони великих чисел, в тому числі для схеми Бернуллі. Центральна гранична теорема, теореми Муавра-Лапласа.
5. Оцінювання невідомих параметрів випадкових величин. Методи побудови точкових оцінок. Надійні інтервали, в тому числі для параметрів нормального розподілу.
6. Перевірка статистичних гіпотез. Перевірка гіпотез про параметри нормального розподілу. Критерії χ^2 перевірки гіпотез про розподіл, про однорідність, про незалежність.

Література

1. Карташов М.В. *Ймовірність, процеси, статистика*. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2007.
2. Сеньо П.С. *Теорія ймовірностей та математична статистика: Підручник*. – 2-ге вид.,перероб. і доп. – К. : Знання, 2007.
3. Турчин В.М. *Теорія ймовірностей: Основні поняття, приклади, задачі: Навч. посібн.* – К. : А.С.К., 2004.
4. Осипчук М.М., Шевчук Р. В. *Теорія ймовірностей та математична статистика. Конспект лекцій*. – Івано-Франківськ: Голіней, 2019.